

Modelado no lineal y promedio del inversor monofásico fuente de corriente, en cálculo simbólico computacional.

Aquino Robles, José Antonio, Fernández Nava Cecilia Corona R. Leonel G.
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas UPIITA IPN

jaquino@ipn.mx, cfernandezn@ipn.mx, lcoronaramirez@hotmail.com

Resumen— En este trabajo se hace el modelado y la simulación digital de un inversor fuente de corriente monofásico alimentando a una carga del tipo resistiva inductiva, en sus versiones no lineal y promedio. Los modelos se hicieron en un software de cálculo simbólico computacional. La motivación principal para realizarlo es la de exhibir las virtudes que tiene para el aspecto docente programarlos en cálculo simbólico computacional, respecto al común de trabajos de investigación que lo hacen en software de cálculo numérico computacional. El lector podrá notar que puede crearse desde cero toda la dinámica que implica el funcionamiento del inversor y su interacción con la carga utilizando el formato en espacio de estado y con ello percibir de una mejor manera el funcionamiento de estos dispositivos de potencia que son cada vez más utilizados a nivel industrial y doméstico.

Palabras Clave — Modelado y simulación digital, Cálculo Simbólico computacional, Electrónica de potencia, ondulator monofásico de corriente, CSI

Abstract— In this paper, the modeling and digital simulation of a single-phase current source inverter feeding a resistive-inductive load is carried out, in its non-linear and average versions. The models were made in computational symbolic calculation software. The main motivation for doing it is to exhibit the virtues that programming in computational symbolic calculation has for the teaching aspect, compared to the common research work that does it in computational numerical calculation software. The reader will be able to notice that all the dynamics involved in the operation of the inverter and its interaction with the load can be created from scratch using the state space format and thus perceive in a better way the operation of these power devices that are increasingly most used at industrial and domestic level.

Keywords – Digital modeling and simulation, Computational Symbolic Calculation, Power electronics, single-phase current inverter, CSI

I. INTRODUCCIÓN

Dentro de los convertidores de la Electrónica de potencia, que más se han desarrollado en los últimos cuarenta años, han sido los inversores. Estos convertidores de potencia, han sido utilizados en variadores de velocidad, en la conversión fotovoltaica, en los convertidores de potencia para aplicaciones

navales, en la aeronáutica, en la aviación y en la actualidad son los accionamientos de Electrónica de potencia que más se utilizan para la industria automotriz de vanguardia, ya que se usan tanto en autos híbridos convencionales, en los híbridos enchufables, como en los cada vez más utilizados, autos puramente eléctricos y pronto también, en los autos que utilizarán hidrógeno como energético primario para alimentar celdas de combustible y estas producirán la electricidad que a través de los inversores harán rodar a los autos de hidrógeno mediante motores eléctricos[1].

De igual forma, en el calentamiento por inducción son utilizados inversores que modifican los parámetros básicos de tensión y frecuencia, tanto para fundir metales, como la calentar alimentos en el caso de las estufas de inducción.

Por otro lado, existe una tendencia global respecto a la eficiencia energética, en el diseño y la fabricación de diversos aparatos y electrodomésticos, como lo son refrigeradores o neveras, los cuales, por la cantidad existente y por la cantidad de veces que estos se encienden a lo largo del día son quienes consumen una cantidad importante de energía en una nación como la mexicana. Los cuales en los últimos años han incorporado el uso de inversores para una operación más eficiente en el uso de la energía eléctrica [2].

En contexto con lo anterior, su uso en las instalaciones fotovoltaicas es indispensable, tanto para las que son autónomas, como para las que son interconectadas y también para las más recientes que se catalogan como micro redes [3]. Ya que es el elemento que transforma la corriente directa proveniente de los paneles en corriente alterna para su uso, tanto domestico como industrial.

En lo que respecta a la utilización de inversores del tipo fuente de corriente (CSI) estos han sido ampliamente utilizados en las instalaciones fotovoltaicas interconectadas, además en el accionamiento de motores de alta potencia, así como en el calentamiento por inducción, tanto en cocinas domésticas, como en hornos de alta potencia. Por tanto, su estudio es trascendente junto con el análisis de los inversores fuente de tensión, así como el modelado de inversores mediante las coordenadas DQ0 [4].

A ese respecto, para su análisis y síntesis se han desarrollado una diversidad de modelos matemáticos que reproducen la dinámica en este tipo de convertidores de electrónica de

potencia, mismos que han aparecido a lo largo de la historia de esta rama de la ingeniería eléctrica, de acuerdo a la complejidad, podemos nombrar a los modelos no lineales o de conmutación, como los más precisos, pero a su vez, los que más consumen recursos computacionales para su solución, con la ventaja que aportan mayores datos de cada parte a analizar. Posteriormente están los modelos promedio, los que nos proporcionan la ventaja de obtener la dinámica a baja frecuencia ya sin considerar los detalles de la conmutación, consumiendo pocos recursos computacionales. Así mismo existen modelos lineales invariantes en el tiempo y lineales periódicos en el tiempo, los cuales se usan en aspectos de la teoría de control clásica y también interactuando en conjunto con sistemas eléctricos de potencia [4 y 5].

II. DESARROLLO

Iniciaremos con el modelo no lineal o modelo conmutado en donde la función de conmutación en los inversores modulados se crea comparando una señal triangular, conocida como portadora con una señal senoidal con la frecuencia que se desea tener en la salida del inversor, vea figura 1.

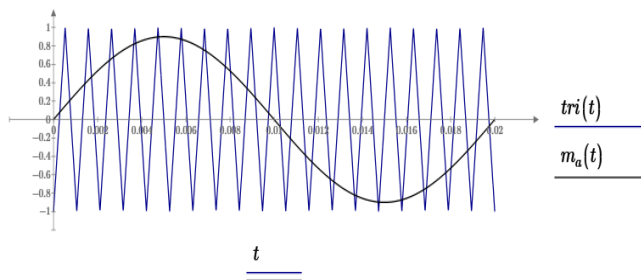


Figura 1.- Comparativa de señal senoidal y la portadora.

Con el cruce de estas dos señales se crea la función de conmutación que será la señal que gobierne los transistores del inversor. El circuito equivalente del inversor monofásico CSI a modelar puede verse en la figura 2, en donde se ha numerado a cada transistor, y también se ha colocado la nomenclatura correspondiente para las fuentes y las corrientes.

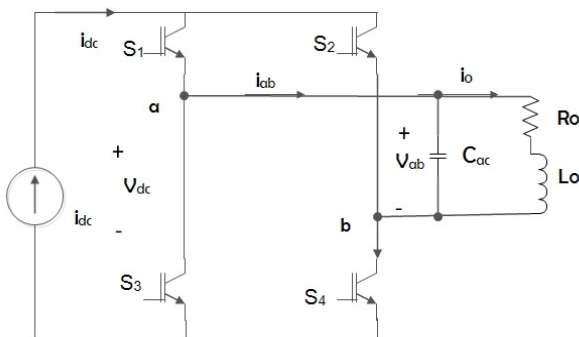


Figura 2.- Circuito equivalente inversor monofásico.

Comenzando con el análisis matemático con la suposición de que la potencia de entrada en CD es igual a la potencia en CA de salida, lo cual nos lleva a modelarla como:

$$V_{dc}(t) * i_{dc}(t) = v_{ab}(t) * i_{ab}(t) \quad (1)$$

Sin embargo, la corriente de salida $i_{ab}(t)$ estará en función de la corriente de entrada $i_{dc}(t)$ la cual podría ser variable o no, pero lo que si puede modificarse como función de control es la función de conmutación $s_{ab}(t)$.

$$i_{ab}(t) = s_{ab}(t) * i_{dc}(t) \quad (2)$$

De forma similar sucede con la tensión, la cual está en relacionada con la función de conmutación de la siguiente forma:

$$V_{dc}(t) = s_{ab}(t) * v_{ab}(t) \quad (3)$$

Y la ecuación (1) cambiaría de la siguiente forma

$$V_{dc}(t) * i_{dc}(t) = v_{ab}(t) * s_{ab}(t) * i_{dc}(t) \quad (4)$$

La carga resistiva-inductiva que se aprecia en el lado derecho de la figura 2, se puede modelar en función de la tensión $v_{ab}(t)$ y la intensidad $i_o(t)$ con la siguiente ecuación.

$$v_{ab}(t) = R_o * i_o(t) + L_o * \frac{di_o(t)}{dt} \quad (5)$$

Así mismo el filtro capacitivo de salida, modifica la señal de de corriente, de acuerdo con la ecuación siguiente

$$i_{ab}(t) = C_{ac} * \frac{dv_{ab}}{dt} + i_o(t) \quad (6)$$

Sustituyendo $i_{ab}(t)$ por su valor de la ecuación (2) tenemos:

$$s_{ab}(t) * i_{dc}(t) = C_{ac} * \frac{dv_{ab}}{dt} + i_o(t) \quad (7)$$

Finalmente se tienen como variables de estado a la corriente de salida $i_o(t)$ en la inductancia tal como se aprecia en la ec (8)

$$\frac{di_o(t)}{dt} = \frac{-R_o}{L_o} * i_o(t) + \frac{1}{L_o} * v_{ab}(t) \quad (8)$$

Y también a la tensión en el capacitor, tal como se aprecia en la ecuación (9)

$$\frac{dv_{ab}(t)}{dt} = \frac{-1}{C_{ac}} * i_o(t) + \frac{1}{C_{ac}} * s_{ab}(t) * i_{dc}(t) \quad (9)$$

La parte correspondiente a la programación de la onda senoidal de control, la señal portadora ambas respecto al tiempo, así mismo la función de conmutación y las funciones auxiliares para recrear la función $s_{ab}(t)$, se aprecia en la figura 3.

La moduladora es,	$M := 0.9$	$f_M := 0$	con los datos :
$f := 50$	$\omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f$	$m_a(t) := M \cdot \sin(\omega_s \cdot t + f_M)$	$f_{n.tr} := 19$ per := 1
La portadora	$tri(t) := \frac{2}{\pi} \cdot \text{asin}\left(\sin\left(f_{n.tr} \cdot \omega_s \cdot t + f_M \cdot f_{n.tr} - \frac{\pi}{2}\right)\right)$		
Auxiliar 1	$s_a(t) := \text{if}(m_a(t) > tri(t), 1, 0)$	$s_c(t) := \text{if}(s_a(t) = 1, 0, 1)$	
Auxiliar 2	$s_b(t) := \text{if}(m_a(t) > -tri(t), 0, 1)$	$s_d(t) := \text{if}(s_b(t) = 1, 0, 1)$	
primera pierna	$s_1(t) := s_a(t) \cdot s_d(t)$	$s_3(t) := s_b(t) \cdot s_c(t)$	
segunda pierna	$s_4(t) := s_1(t)$	$s_2(t) := s_3(t)$	
La función de conmutación es:	$s_{ab}(t) := s_1(t) - s_2(t)$		

Figura 3.- Portadora, señal moduladora y función de conmutación .

Los datos de entrada, la programación del modelo matemático no lineal, y la función de resolución se pueden apreciar en la figura 4.

Para graficar	$t_f := 0.02$	$n_f := 2048$	$n := 0..n_f$	$t := 0, \frac{t_f}{n_f}..t_f$
Parámetros:	$Lo := 30 \cdot 10^{-3}$	$Ro := 10$	$Cac := 100 \cdot 10^{-6}$	$i_{dc}(t) := 10$
$D(t, x) :=$	$\begin{bmatrix} \frac{-Ro}{Lo} \cdot x_1 + \frac{1}{Lo} \cdot x_2 \\ \frac{-1}{Cac} \cdot x_1 + \frac{1}{Cac} \cdot s_{ab}(t) \cdot i_{dc}(t) \end{bmatrix}$			
	$Ci := \begin{bmatrix} -5 \\ 315 \end{bmatrix}$	$K := \text{rkfixed}(Ci, 0, t_f, n_f, D)$	$CI := \begin{bmatrix} K_{n_f,2} \\ K_{n_f,3} \end{bmatrix}$	
$Z := \text{rkfixed}(CI, 0, t_f, n_f, D)$	$i_o(n) := Z_{n,2}$	$v_{ab}(n) := Z_{n,3}$	$v_{dc}(n) := s_{ab}\left(n, \frac{t_f}{n_f}\right) \cdot v_{ab}(n)$	
$i_{ab}(n) := s_{ab}\left(n, \frac{t_f}{n_f}\right) \cdot i_{dc}\left(n, \frac{t_f}{n_f}\right)$				

Figura 4 .- Datos, modelo matemático no lineal y función resolutora.

La diferencia fundamental entre el modelo no lineal y el modelo promedio es que mientras el modelo no lineal considera todo lo necesario para crear la función de conmutación $s_{ab}(t)$, el modelo promedio solo necesita la función moduladora $m_a(t)$, tal como se aprecia en la figura 5.

$$D(t, x) := \begin{bmatrix} \frac{-Ro}{Lo} \cdot x_1 + \frac{1}{Lo} \cdot x_2 \\ \frac{-1}{Cac} \cdot x_1 + \frac{1}{Cac} \cdot m_a(t) \cdot i_{dc}(t) \end{bmatrix}$$

Matriz de estado, modelo promedio

$$D(t, x) := \begin{bmatrix} \frac{-Ro}{Lo} \cdot x_1 + \frac{1}{Lo} \cdot x_2 \\ \frac{-1}{Cac} \cdot x_1 + \frac{1}{Cac} \cdot s_{ab}(t) \cdot i_{dc}(t) \end{bmatrix}$$

Matriz de estado, modelo no lineal

Figura 5. Diferencia entre modelo no lineal y modelo promedio.

En la siguiente sección, se observará gráficamente las diferencias en cuanto a la información que nos proporciona cada modelo, comparando las salidas de ambos modelos [3].

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se inicia con la comparativa de las variables de estado del modelo en este caso la intensidad $i_{ab}(t)$, en la figura 6

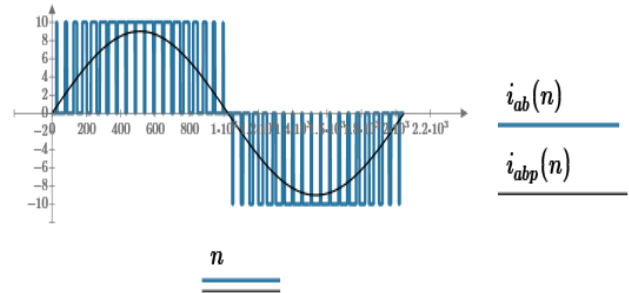


Figura 6.- Corriente en la inductancia de carga

La intensidad graficada en forma de segmentos azules representa la salida del modelo no lineal o conmutado y la línea continua negra la salida del modelo promedio, para quien deseará únicamente observar la magnitud puede bastarle el modelo promedio, para quien necesite observar la conmutación le servirá mejor el modelo no lineal [3].

La tensión de alimentación $v_{ab}(t)$ puede verse graficada en la figura 7. Esta tensión de salida del modelo no lineal o conmutado muestra las muescas de tensión montada sobre la onda senoidal pura siendo esta última la salida del modelo promedio.

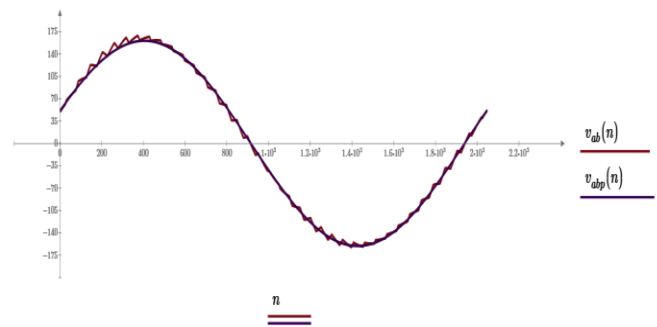


Figura 7.- Tensión de alimentación $V_{ab}(t)$, del modelo no lineal y del modelo promedio.

En la figura 8 se observa corriente consumida, de la fuente de corriente directa, evidentemente puede distinguirse la salida del modelo no lineal en azul y la salida del modelo promedio como una onda negra continua de tensión.

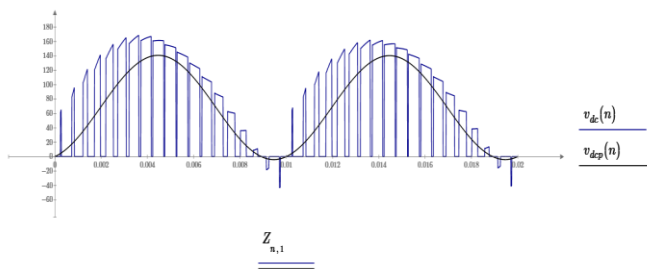


Figura 8.- Corriente directa consumida de la fuente de CD, en ambos modelos

En la figura 8, puede verse que si bien es cierto el modelo promedio reproduce la forma como se consume la corriente en la fuente no lo hace tan fielmente como el modelo no lineal. Aunado a que los picos de corriente son mayores en el modelo no lineal, por tanto para un análisis exhaustivo de cálculo de corrientes armónicas es necesario el modelo no lineal.

Como puede verse, tanto el modelado como la simulación digital de un inversor monofásico, alimentando a una carga resistiva-inductiva en un software de *cálculo simbólico computacional*, implica un mayor conocimiento de la dinámica matemática en contraparte al amplio conocimiento que implicaba programarlo en un software de cálculo numérico computacional. Por tanto estamos transitando hacia programas cada vez más amigables y que ahora nos permiten enfocarnos mayormente en el análisis de resultados que en la programación de los scripts o códigos. Incluso la programación en paquetes computacionales del tipo visualización gráfica como simulink, PSIM o Multisim, Maplesim, Proteus, Orcad y similares, nos alejan en cierta medida de crear, siendo la creatividad la esencia básica de la ingeniería [3].

De igual manera puede notarse que la mayor parte de trabajo implica en comprender y aprender conocimientos muy básicos en este caso de Mathcad prime versión express mismos que pueden formarse al mismo tiempo de crear los retos académicos.

IV. CONCLUSIONES

Cambiar la perspectiva que, por años nos creó la ventaja competitiva que implicaba el uso de paquetes computacionales. Mismos que nos han permitido el modelado y la simulación de dispositivos y sistemas mecánicos, electromecánicos, eléctricos, electrónicos, mecatrónicos y ahora los sistemas ciberfísicos, nos ha llevado a tener herramientas computacionales descomunadamente grandes como MATLAB o en su caso COMSOL entre otros más como los que anteriormente solo eran de diseño asistido por computadora CAD, los cuales fueron evolucionando añadiendo herramientas de análisis y síntesis y que se convirtieron en Ingeniería asistida por computadora CAE. Añadiendo funciones también de Manufactura asistida por computadora CAM, tornándose igualmente grandes.

Por tales hechos en algunos casos dando continuidad a la docencia, hemos continuado con herramientas que han ido adquiriendo en nivel medio superior como Geogebra o Wolfram mathematica y en este caso con mathcad prime o también en la versión gratuita más parecida que tiene como lo es SMATH STUDIO. El cual ha venido a ser una alternativa idónea para universidades y escuelas de ingeniería que cada vez disponen de menos fondos antes los recortes presupuestales a las que se ven sometidas en diversas partes del mundo.

En lo que respecta a nuestro tema de estudio, podemos notar que la simulación del convertidor implica un amplio conocimiento de la dinámica del inversor. Mismo que las más de las veces en un curso de electrónica de potencia, se ve después de las fuentes conmutadas. Por tanto, después del modelado y la simulación de las fuentes conmutadas no es muy difícil introducir el tema puesto que la dinámica es similar, pero para producir otras salidas.

Vale aclarar también que para llevar a cabo estas simulaciones solo se requieren más del conocimiento matemático que del conocimiento de complicados lenguajes computacionales.

REFERENCIAS

- [1] Aquino R.J.A. Fernández N C., Corona R L G... Almacenamiento energético, para incrementar el factor de planta en centrales fotovoltaicas y eólicas VII Congreso Nacional en Investigación en Cambio Climático Octubre del 2017. Programa de investigación en cambio climático de la Universidad Nacional Autónoma de México.
- [2] Aquino R.J.A. Fernández N C., Corona R L G, Políticas públicas de eficiencia energética en América Latina, 1er. Congreso Internacional de Investigación en ciencias artes y humanidades, organizado por el College of Advanced Education Centered in Humanities S.C. del 16 al 17 de enero del 2020. CDMX. .
- [3] Aquino R.J.A. Fernández N C., Corona R L G, Los diversos modelos matemáticos del convertidor elevador CD-CD, en espacio de estado programado en álgebra simbólica computacional XXII Congreso nacional de ingeniería electromecánica y de sistemas, Noviembre 2023
- [4] Buguño Valenzuela F.A, Modelos reducidos y agregados de inversores para su uso en simulaciones de sistemas eléctricos de potencia. Tesis ingeniería civil eléctrica, Facultad de ciencias fisico-matemáticas, Departamento de ingeniería eléctrica, Universidad de Chile (2023)
- [5] Mohan Ned, T. Undeland Power Electronics, converters, applications and design; John Wiley and sons. Inc USA 2003.
- [6] Shaffer R. (2007) Fundamentals of power electronics with Matlab libro, ISBN 1-58450-852-3 editorial Charles River Media. Thomson and Learning, Boston Massachusetts Estados Unidos.

Los autores manifiestan no tener conflicto de interés alguno