

# Optimización robusta: Metodología y aplicación

Victor Manuel Blanca Carrera  
Instituto Politécnico Nacional  
SEPI - ESIME Zac  
vblancac1601@alumno.ipn.mx

Mohamed Badaoui  
Instituto Politécnico Nacional  
SEPI - ESIME Zac  
mbadaoui@ipn.mx

David Sebastián Baltazar  
Instituto Politécnico Nacional  
SEPI - ESIME Zac  
dsebasti@ipn.mx

## Resumen

En este artículo se presenta la metodología de la optimización robusta (OR), que permite manejar datos inciertos en problemas de optimización, aplicada a dos distintos casos. Un caso es un modelo de producción de vapor para una turbina con OR estática, el otro caso es el modelo de un sistema de potencia de 3 nodos con OR ajustable. Se describe cómo obtener una representación del OR que pueda ser resuelta mediante un solver de programación matemática. Además, se comparan los resultados obtenidos por la OR con los resultados de un modelo determinista.

**Palabras clave:** Optimización Robusta, incertidumbre, estática, ARO, ajustable, políticas afines.

## Abstract

This paper presents the methodology of robust optimization (RO), which allows handling uncertain data in optimization problems, applied to two different cases. One case is a steam production model for a turbine using static RO; the other is a 3-bus power system model using adjustable RO. The paper describes how to obtain a representation of the OR that can be solved using a mathematical programming solver. In addition, the results obtained by RO are compared with those from a deterministic model.

**Keywords:** Robust optimization, uncertainty, static, ARO, adjustable, affine politics.

## 1. Introducción

En el modelado de sistemas físicos es común hacer uso de herramientas matemáticas como la optimización, para aprovechar de la mejor manera los recursos del sistema. Al modelar un problema de optimización se consideran a los datos proporcionados como conocidos, sin embargo, rara vez estos datos son conocidos. La mayoría de estos datos son resultados de mediciones, pronósticos u otros procesos que involucran incertidumbre. La incertidumbre

en los datos de un problema de optimización que modela el comportamiento de un sistema, puede provocar que el resultado no sea realmente relevante. Es por esto que surgen múltiples metodologías que involucran la incertidumbre en problemas de optimización. En el presente trabajo se presenta la metodología de la optimización robusta, que permite obtener resultados significativos pero conservadores de los problemas de optimización, ante realizaciones de los datos diferentes de lo esperado.

## 2. Optimización robusta

La OR tiene como objetivo principal obtener un resultado significativo ante cualquier realización de los datos inciertos, obteniendo un resultado conservador en la función objetivo. Para esto, los datos se consideran como “inciertos pero acotados”. Esto significa que los datos están contenidos dentro de un conjunto de posibles realizaciones  $u \in \mathcal{U}$ ,  $[1, 2]$ . En la OR se tienen dos principales ramas que permiten manejar datos inciertos en problemas de optimización: La OR estática y la OR ajustable. En la siguiente sección se explicará como se aplica cada una de estas metodologías en programación lineal.

### 2.1. OR estática

En la OR estática están presentes las decisiones llamadas “del aquí y ahora”. Es decir, se tiene que obtener un valor numérico de las decisiones sin saber el valor verdadero de los datos. Cuando se tiene un problema lineal con datos inciertos como se muestra en (1), el problema tiene una restricción por cada realización de los datos inciertos, por lo que el problema es semi-infinito, es decir un problema con restricciones infinitas. Por esto se debe transformar cada restricción infinita en una sola restricción finita y convexa. La serie de pasos a seguir para obtener un problema equivalente a (1), pero con la ventaja de resolverse a través de una computadora, se muestra en la figura 1. Esta metodología consiste en buscar la máxima perturbación que afecta a los datos nominales del problema y encontrar un resultado factible, aun en el caso de que ocurra la máxima perturbación. Este enfoque

se formula como un problema mín – máx [1, 2].

$$\begin{aligned} \min_{x \in X} \quad & c^T x \\ \max_{u \in \mathcal{U}} \quad & \text{s.a.} \\ & Ax \leq b \end{aligned} \quad (1)$$

La desventaja que presenta la solución de este tipo de

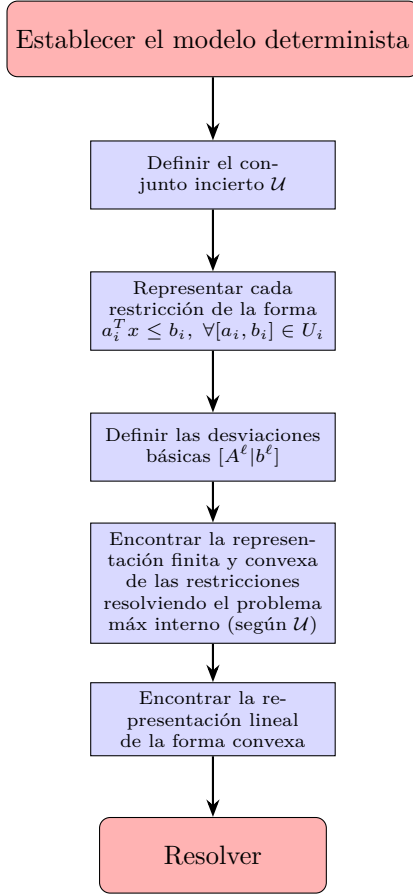


Figura 1: Diagrama de flujo para la solución de un problema de OR estática.

problemas es que se obtiene un resultado conservador, es decir, siempre se espera que pase el peor escenario, lo que garantiza no violar restricciones a costa del aumento en el resultado de la función objetivo, es decir estas decisiones cuestan más. Además, modelar un problema con esta metodología requiere que todas las restricciones sean desigualdades.

## 2.2. OR ajustable

La OR ajustable es una extensión de la OR estática, normalmente se encuentra como ARO (“Adjustable Robust Optimization” por sus siglas en inglés). A diferencia de la OR estática, aquí hay un tipo diferente de decisiones, las decisiones “espera y observa”. Estas decisiones son aquellas que pueden esperar a tomar un valor numérico hasta que una parte de los datos inciertos se revela

y con esto llevar a cabo correcciones en la solución. Esto ayuda a disminuir el efecto conservador en los problemas con datos inciertos. Sin embargo, esto es aún más complicado de resolver. La OR ajustable conlleva encontrar funciones que dependen de una porción de los datos inciertos. La manera en la que se modelan las variables ajustables se muestra en (2). La estructura de un problema de OR ajustable se muestra en (3).  $\mathbf{K}$  es el conjunto donde se busca la solución, en el caso de programación lineal este es un poliedro,  $F$  son funciones que representan las restricciones,  $\zeta$  es el vector de perturbación que indica que tanto se aleja un dato de su valor nominal, y  $\mathcal{Z}$  es el conjunto que describe como se comporta la perturbación, por ejemplo, si la perturbación se da en un intervalo, entonces  $\mathcal{Z}$  es una caja unitaria.  $\mathcal{Z}$  también puede ser un conjunto convexo de perturbaciones no lineales, [1–3].

$$x_j = X_j(P_j \zeta) \quad \forall j \leq n \quad (2)$$

Donde :

- $X_j$  : Es una función que depende de una porción de los datos inciertos
- $P_j \zeta$  : Es una porción de los datos inciertos
- $n$  : Es el número de variables del problema

$$\begin{aligned} \min_{\{X_j(\cdot)\}_{j=1}^n} \quad & \{c^T X(\zeta) : \forall \zeta \in \mathcal{Z} : F(X(\zeta), \zeta) \in \mathbf{K}\} \\ & X(\zeta) = [X_1(P_1 \zeta); \dots ; X_n(P_n \zeta)] \end{aligned} \quad (3)$$

Este tipo de problemas solo pueden ser resueltos a través de programación dinámica. Sin embargo, hay un caso que puede ser resuelto de manera sencilla y es cuando las variables ajustables se modelan como funciones afines, tal como se muestra en (4). Se puede observar que estas funciones poseen dos componentes,  $x_j^0$  que es una decisión que se toma antes de que se realice la incertidumbre, y por otra parte  $(x_j^\zeta)^T$  que va a modificar el valor inicial dependiendo de la incertidumbre que se obtenga en la realidad. Además, se necesita otra característica importante, esta es, que el vector de costos y la matriz  $A$  de restricciones sean independientes de  $\zeta$ , es decir no estén afectadas por la incertidumbre. Esto quiere decir que solo el lado derecho de la ecuación está afectado por la incertidumbre. Esto le permite a los problemas ARO, manejar restricciones de igualdad, lo que no se puede hacer en la OR estática [1–3].

$$X_j(P_j \zeta) = x_j^0 + (x_j^\zeta)^T P_j \zeta \quad (4)$$

La estructura del problema ARO con estas características se muestra en (5). Este problema resulta tener una estructura similar a un problema de OR estática, lo que permite utilizar la misma metodología en las restricciones

**ARTÍCULO NO. ELE001**

**ARTÍCULO ACEPTADO POR REFEREO**

para resolverlo, solo que en este caso se tienen las variables  $x^0$  y las variables  $x^\zeta$ . También, nótese que el vector  $b^\zeta$  tiene el superíndice  $\zeta$ , esto indica que dicho vector está afectado por la incertidumbre. En esta formulación se tiene, inherente al problema, una característica multi-etapa, donde primero se encuentran las decisiones  $x^0$  que no están afectadas por la incertidumbre, el aquí y el ahora, mientras que en una segunda etapa, se deben encontrar las decisiones  $x^\zeta$  que modifican las decisiones iniciales, dependiendo de lo que pase (bajo el criterio robusto, que es el peor caso) [1-3].

$$\left. \begin{array}{l} \min_{x^0, x^\zeta} \sum_j^n c_j [x^0 + (x_j^\zeta)^T P_j] \\ \text{s.a.} \\ A \left[ \sum_j^n c_j [x^0 + (x_j^\zeta)^T P_j] \right] + b^\zeta \in \mathbf{K} \end{array} \right\} \forall \zeta \in \mathcal{Z} \quad (5)$$

**3. Aplicación de la metodología**

**3.1. OR estática**

Por las limitaciones que tiene la OR estática donde las restricciones son modeladas a través de desigualdades, a continuación se presenta un ejemplo que ilustra esta limitación. Este ejemplo fue adaptado de [4] y se describe como sigue:

**Ejemplo.** Se considera una compañía de electricidad, que posee una planta generadora de energía que emplea una turbina de vapor producido a través de carbón. Esto, puede producir emisiones que no satisfagan las normas de protección ambiental, las cuales limitan la descarga de bióxido de azufre a 2000 partes por millón por cada tonelada de carbón quemado y la descarga de humo por las chimeneas de la planta a 20 lb por hora. La compañía recibe dos tipos de carbón pulverizado C1 y C2 para usarlos en la planta de vapor. Los dos tipos de carbón se mezclan antes de la combustión. Por simplicidad, se supone que la cantidad de azufre contaminante descargado (en partes por millón) es un promedio ponderado de la proporción de cada tipo utilizado en la mezcla. Los datos de la tabla 1 se basan en el consumo de una tonelada por hora de cada uno de los dos tipos de carbón. En este problema se busca determinar la proporción óptima para mezclar los dos tipos de carbón.

Tabla 1: Datos de emisiones y generación de vapor por tipo de carbón.

Carbón	Azufre (ppm)	Humo (lb/h)	Vapor (lb/h)
C1	1800	2.1	12000
C2	2100	0.9	9000

Se establecen las siguientes relaciones:

- $x_1$ : Cantidad de carbón C1 (ton/h)
- $x_2$ : Cantidad de carbón C2 (ton/h)

El modelo de programación lineal está descrito por las ecuaciones (6), (7), (8). La ecuación (6) es la función objetivo y busca maximizar el vapor generado dependiendo de la combinación de tipo de carbón. La restricción (7) evita que se emitan una gran cantidad de emisiones de azufre. La restricción (8) restringe las emisiones de humo.

$$\text{máx } z = 12000x_1 + 9000x_2 \quad (6)$$

s.a.

$$1800x_1 + 2100x_2 \leq 2000(x_1 + x_2) \quad (7)$$

$$2.1x_1 + 0.9x_2 \leq 20 \quad (8)$$

Al resolver este problema se obtiene el resultado  $z = 153.846$  klb,  $x_1 = 5.1282$  y  $x_2 = 10.2564$  toneladas de carbón. Este resultado es de un problema determinista donde todos los valores coinciden con los que se introducen al problema. En la figura 2 se muestra la región factible del problema.

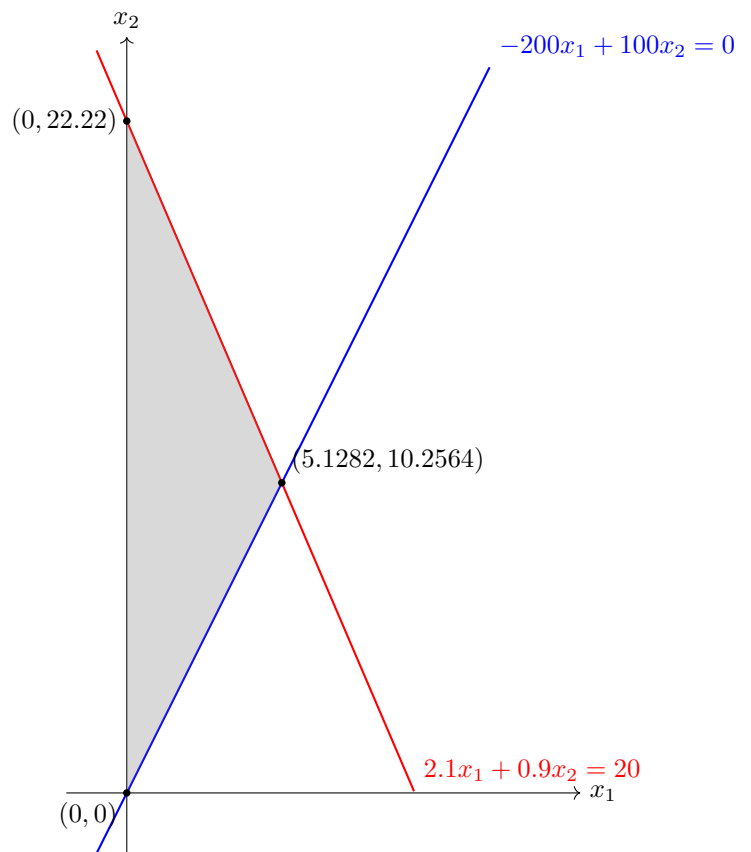


Figura 2: Region factible para el problema determinista

**ARTÍCULO NO. ELE001**

**ARTÍCULO ACEPTADO POR REFEREO**

Sin embargo, que pasa si los datos de “descarga de azufre en partes por millón” y la “descarga de humo en lb por hora” varían de los valores nominales, en un  $\pm 5\%$ . En el peor de los casos el problema es infactible como se muestra en (9) y (10), como consecuencia la operación de la máquina no cumple con las normas establecidas.

$$\begin{aligned} (1800 \times 1.05)(5.1282) + (2100 \times 1.05)(10.2564) \\ \leq 2000(5.1282 + 10.2564) \quad (9) \\ 32307.66 \leq 30769.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2.1 \times 1.05)(5.1282) + (0.9 \times 1.05)(10.2564) \leq 20 \\ 21 \leq 20 \quad (10) \end{aligned}$$

Sin embargo, esta infactibilidad puede resolverse a través de la OR. Considerando que el modelo determinista está descrito, el siguiente paso es establecer el conjunto incierto, en (11) se muestra cómo se define el conjunto incierto, el cual está dado por intervalos. Después se establece el modelo con restricciones robustas como se muestra en (12) donde las variables del lado derecho de la restricción de emisiones de azufre se pasaron al lado izquierdo.

$$\mathcal{U} = \{(a_1, a_2, a_3, a_4), a_1 \in [-110, 290], a_2 \in [-5, 205], a_3 \in [1.995, 2.205], a_4 \in [0.855, 0.945]\} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{máx } z &= 12000x_1 + 9000x_2 \\ \text{s.a. } a_1x_1 + a_2x_2 &\leq 0, \\ a_3x_1 + a_4x_2 &\leq 20, \\ \forall [a_1, a_2] &\in [-110, 290] \times [-5, 205], \\ \forall [a_3, a_4] &\in [1.995, 2.205] \times [0.855, 0.945]. \end{aligned} \quad (12)$$

En la figura 3 se observa la región factible de este problema, donde se tiene una cantidad infinita de rectas, una para cada realización de los datos. Es por esto que se selecciona el peor de los casos, para ello se establecen los valores nominales (13) y las desviaciones básicas (14), de esta manera se obtiene la máxima desviación para cada una de las restricciones considerando el problema máx de las restricciones robustas, esto resulta en un problema como se muestra en (15). En este problema se tienen las variables auxiliares  $u$ , que “inyectan” la máxima perturbación de los datos dentro de la restricción original.

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_1^0 & a_2^0 \\ a_3^0 & a_4^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -200 & 100 \\ 2.1 & 0.9 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$A_\ell = \begin{bmatrix} a_1^\ell & a_2^\ell \\ a_3^\ell & a_4^\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 & 105 \\ 0.105 & 0.045 \end{bmatrix} \quad (14)$$

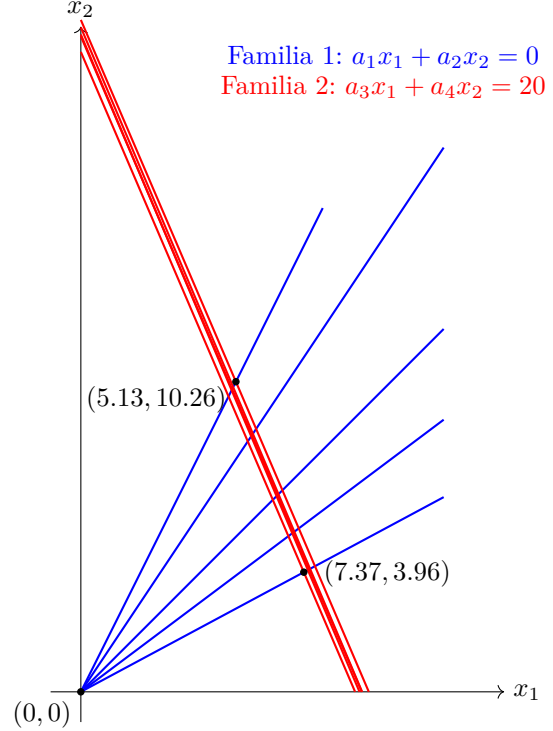


Figura 3: Región factible del modelo robusto

$$\begin{aligned} \text{máx } z &= 12000x_1 + 9000x_2 \\ \text{s.a. } & \\ -u_1 &\leq 90x_1 \leq u_1 \\ -u_2 &\leq 105x_2 \leq u_2 \\ -200x_1 + 100x_2 + u_1 + u_2 &\leq 0 \\ -u_3 &\leq 0.105x_1 \leq u_3 \\ -u_4 &\leq 0.045x_2 \leq u_4 \\ 2.1x_1 + 0.9x_2 + u_3 + u_4 &\leq 20 \end{aligned} \quad (15)$$

La solución a este problema es la siguiente:  $z = 124.106$  klb,  $x_1 = 7.37443$  y  $x_2 = 3.95701$  toneladas de carbón. Aquí se observa que la solución es conservadora, se obtiene menor producción de libras de vapor, sin embargo se asegura que nunca se excedan las emisiones de contaminantes.

### 3.2. OR ajustable

Para la OR ajustable, se muestra como se pueden utilizar restricciones de igualdad. Se realiza un caso pequeño de despacho económico con restricciones de red, lo que se conoce como “Flujos Óptimos” obtenido de [5]. Para explicarlo de la manera más sencilla, se usa la aproximación de CD. Para esto se tiene la red mostrada en la figura 4. El objetivo del operador del sistema es encontrar cuanta potencia debe suministrar cada generador para minimi-

zar el costo de operación. Este problema se formula en (16).

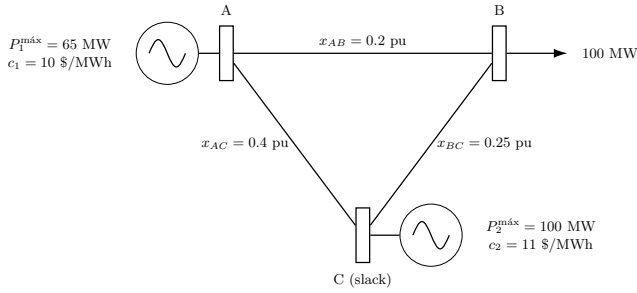


Figura 4: Datos del problema de DC OPF

este caso las ecuaciones de balance de potencia no se satisfacen. Sin embargo, las potencias de los generadores se pueden ajustar para que correspondan a la demanda, para ello se utiliza la optimización robusta ajustable para resolver este problema, ante esa desviación de los datos.

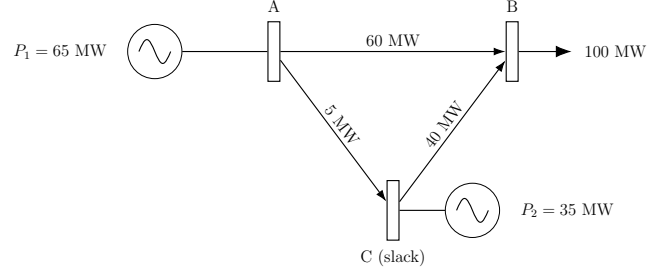


Figura 5: Solución del modelo determinista

$$\begin{aligned} & \min_{P_1 \geq 0, P_2 \geq 0, \delta_A, \delta_B, \delta_C} z = 10P_1 + 11P_2 \\ \text{s.a.} \\ & \delta_C = 0 \\ & P_1 \leq 65 \\ & P_2 \leq 100 \\ & \left| \frac{1}{x_{AB}}(\delta_A - \delta_B) \right| \leq 1 \\ & \left| \frac{1}{x_{AC}}(\delta_A - \delta_C) \right| \leq 1 \\ & \left| \frac{1}{x_{BC}}(\delta_B - \delta_C) \right| \leq 1 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} P_1 + \frac{100}{x_{AB}}(\delta_A - \delta_C) + \frac{100}{x_{AC}}(\delta_A - \delta_C) &= 0 \\ \frac{1}{x_{AB}}(-\delta_A + \delta_B) + \frac{1}{x_{BC}}(\delta_B - \delta_C) &= 1 \\ P_2 + \frac{100}{x_{AC}}(-\delta_A + \delta_C) + \frac{100}{x_{BC}}(-\delta_B + \delta_C) &= 0 \end{aligned}$$

$$\mathcal{R} = \{D \in [95, 105] : D = D^0 + D^\ell \zeta, |\zeta|_\infty \leq 1\} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= P_1^0 + P_1^\zeta \zeta \\ P_2 &= P_2^0 + P_2^\zeta \zeta \\ \delta_i &= \delta_i^0 + \delta_i^\zeta \zeta, \quad \forall i \in \{A, B\} \end{aligned} \quad (18)$$

El resultado de este problema es el siguiente  $z = \$1035$ ,  $P_1 = 65$  y  $P_2 = 35$  MW. Los flujos de potencia se muestran en la figura 5. Sin embargo, este despacho se realizó suponiendo que la demanda será exactamente 100 MW, ahora que pasa si esta demanda varía en un  $\pm 5\%$ . En

El primer paso es establecer el conjunto incierto de la demanda como se muestra en (17), aquí  $D^0 = 100$  MW es la demanda nominal y  $D^\ell = 5$  MW es la desviación básica que puede presentarse en esta demanda. Después se establecen las políticas ajustables para la potencia de los generadores y los ángulos nodales (18), y se reformula el problema para obtener la versión robusta de las restricciones.

La formulación robusta se muestra en (19). Aquí se puede observar que en cada restricción están presentes tanto las variables afectadas por la incertidumbre como las que no lo están. El conjunto  $\mathcal{Z}$  se define en (20), que es la caja unitaria. Esta formulación sigue siendo infinita por lo que se necesita la formulación finita y convexa resolviendo el problema máx interno.

La formulación finita y convexa con restricciones lineales se expresa como en la ecuación (21). Este modelo tiene como resultados:  $t = \$1090$ ,  $P_1 = 65 + 0\zeta$ ,  $P_2 = 35 + 5\zeta$ ,  $\delta_A = -0.2 + 0.00588235\zeta$ , y  $\delta_B = 0.1 + 0.008823\zeta$ . Es importante notar que, dado que el conjunto incierto corresponde a un intervalo, el valor de  $\zeta$  varía entre  $-1$  y  $1$ . Aunque el valor de la función objetivo es constante para el peor escenario, con un costo de  $\$1090$ . La función objetivo varía en función de la realización de la incertidumbre entre  $\$1035$  y  $\$1090$ . Por ejemplo, si la demanda en lugar de 100 MW es de 101 MW, la potencia del generador 2 se ajusta a 36 MW, y los ángulos nodales se modifican a  $\delta_A = -0.2 + 0.001176 = -0.18824$ , rad =  $-10.785^\circ$  y  $\delta_B = 0.1 + 0.001764 = 0.101764$ , rad =  $5.826^\circ$ .

$$\begin{aligned}
 & \min_{P_1 \geq 0, P_2 \geq 0, \delta_A, \delta_B, \delta_C} t \\
 & \text{s.a.} \\
 & \delta_c = 0 \\
 & 10P_1^0 + 11P_2^0 + 10P_1^\zeta \zeta + 11P_2^\zeta \zeta \leq t \\
 & P_1^0 + P_1^\zeta \cdot 5\zeta \leq 65 \\
 & P_2^0 + P_2^\zeta \cdot 5\zeta \leq 100 \\
 & \left| \frac{1}{x_{AB}} (\delta_A^0 + \delta_A^\zeta \cdot 5\zeta - \delta_B^0 - \delta_B^\zeta \cdot 5\zeta) \right| \leq 1 \\
 & \left| \frac{1}{x_{AC}} * (\delta_A^0 + \delta_A^\zeta \cdot 5\zeta - \delta_C) \right| \leq 1 \\
 & \left| \frac{1}{x_{BC}} (\delta_B^0 + \delta_B^\zeta \cdot 5\zeta - \delta_C) \right| \leq 1 \\
 & P_1^0 + P_1^\zeta \cdot 5\zeta + \\
 & \frac{100}{x_{AB}} (\delta_A^0 + \delta_A^\zeta \cdot 5\zeta - \delta_B^0 + \delta_B^\zeta \cdot 5\zeta) + \\
 & \frac{100}{x_{AC}} (\delta_A^0 + \delta_A^\zeta \cdot 5\zeta - \delta_C) = 0 \\
 & \frac{100}{x_{AB}} (-\delta_A^0 - \delta_A^\zeta \cdot 5\zeta + \delta_B^0 + \delta_B^\zeta \cdot 5\zeta) + \\
 & \frac{100}{x_{BC}} (\delta_B^0 + \delta_B^\zeta \cdot 5\zeta - \delta_C) = 100 + 5\zeta \\
 & P_2^0 + P_2^\zeta \zeta + \frac{100}{x_{AC}} (-\delta_A^0 - \delta_A^\zeta \cdot 5\zeta + \delta_C) + \\
 & \frac{100}{x_{BC}} (-\delta_B^0 - \delta_B^\zeta \cdot 5\zeta + \delta_C) = 0 \\
 & \mathcal{Z} = \text{Caja}_1 = \{\zeta \in \mathbb{R} : \|\zeta\|_\infty \leq 1\} \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \min_{P_g^0 \geq 0, P_g^\zeta \geq 0, \delta_n^0, \delta_n^\zeta, u} t \\
 & \text{s.a.} \\
 & \delta_c = 0 \\
 & -u_1 \leq 10P_1^\zeta \leq u_1 \\
 & -u_2 \leq 11P_2^\zeta \leq u_2 \\
 & 10P_1^0 + 11P_2^0 + u_1 + u_2 \leq t \\
 & -u_3 \leq 5P_1^\zeta \leq u_3 \\
 & P_1^0 + u_3 \leq 65 \\
 & -u_4 \leq 5P_2^\zeta \leq u_4 \\
 & P_2^0 + u_4 \leq 100 \\
 & -u_5 \leq \frac{100}{x_{AB}} (\delta_A^\zeta - \delta_B^\zeta) \leq u_5 \\
 & -100 \leq \frac{100}{x_{AB}} (\delta_A^0 - \delta_B^0) + u_5 \leq 100 \\
 & -u_6 \leq \frac{100}{x_{AC}} (\delta_A^\zeta) \leq u_6 \\
 & -100 \leq \frac{100}{x_{AC}} (\delta_A^0 - \delta_C) + u_6 \leq 100 \\
 & -u_7 \leq \frac{100}{x_{BC}} (\delta_B^\zeta) \leq u_7 \\
 & -100 \leq \frac{100}{x_{BC}} (\delta_B^0 - \delta_C) + u_7 \leq 100 \\
 & P_1^0 + \frac{100}{x_{AB}} (\delta_A^0 - \delta_B^0) + \frac{100}{x_{AC}} (\delta_A^0 - \delta_C) = 0 \\
 & P_1^\zeta + \frac{100}{x_{AB}} (\delta_A^\zeta - \delta_B^\zeta) + \frac{100}{x_{AC}} (\delta_A^\zeta) = 0 \\
 & \frac{100}{x_{AB}} (-\delta_A^0 + \delta_B^0) + \frac{100}{x_{BC}} (\delta_B^0 - \delta_C) = 100 \\
 & \frac{100}{x_{AB}} (-\delta_A^\zeta + \delta_B^\zeta) + \frac{100}{x_{BC}} \delta_B^\zeta = 5 \\
 & P_2^0 + \frac{100}{x_{AC}} (-\delta_A^0 + \delta_C) + \frac{100}{x_{BC}} (-\delta_B^0 + \delta_C) = 0 \\
 & P_2^\zeta - \frac{100}{x_{AC}} \delta_A^\zeta - \frac{100}{x_{BC}} (\delta_B^\zeta) = 0
 \end{aligned} \quad (21)$$

## 4. Conclusiones

La optimización robusta es una metodología poderosa que proporciona protección ante la incertidumbre en los datos. En este artículo se describe esta fortaleza tanto en la OR estática como en la ajustable. además, se proporciona un panorama general de cómo llevar a cabo esta metodología. El ejemplo de la aplicación de la OR estática proporciona información de cómo un resultado a puede ser conservador, pero el resultado aun así protege ante la peor incertidumbre. Por otra parte, el ejemplo de la aplicación de la OR ajustable, mostró como se transforman las restricciones de igualdad, y la ventaja de usar políticas afines, sin embargo, por la simplicidad

**ARTÍCULO NO. ELE001**

**ARTÍCULO ACEPTADO POR REFEREO**

del ejemplo los resultados de ajustar la potencia de los generadores y los ángulos nodales no difieren de lo que por simple lógica se obtendría, esto es debido a que no hay problemas de congestión, ni de generación. En una red que tenga presente dichos problemas puede ayudar a reducir los efectos de estos.

**Referencias**

- [1] A. Ben-Tal, L. El Ghaoui, and A. Nemirovski, *Robust Optimization*, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2009.
- [2] X. A. Sun and A. J. Conejo, *Robust Optimization in Electric Energy Systems*, International Series in Operations Research & Management Science, vol. 313, Springer, 2021.
- [3] . Yankolu, B. L. Gorissen, and D. den Hertog, “A Survey of Adjustable Robust Optimization,” *European Journal of Operational Research*, vol. 277, no. 3, pp. 799-813, 2019. doi: 10.1016/j.ejor.2018.08.031.
- [4] H. A. Taha, *Investigación de Operaciones*, 9a ed., Pearson Educación, México, 2012.
- [5] A. Soroudi, *Power System Optimization Modeling in GAMS*, Springer, 2017.