

# Modelado y simulación de rectificador monofásico PWM, alimentado con CA no senoidal, usando álgebra simbólica computacional

Aquino Robles, José Antonio, Fernández Nava Cecilia Corona R. Leonel G.  
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas UPIITA IPN

[jaquinor@ipn.mx](mailto:jaquinor@ipn.mx), [cfernandezn@ipn.mx](mailto:cfernandezn@ipn.mx), [lcoronaramirez@hotmail.com](mailto:lcoronaramirez@hotmail.com)

**Resumen**— En este trabajo se realiza el modelado y la simulación digital de un rectificador monofásico controlado, del tipo PWM mismo que es alimentado mediante una fuente de corriente alterna no senoidal. El modelo es realizado un software de cálculo simbólico computacional. La motivación principal para realizarlo es el de mostrar las virtudes que este software nos da desde la perspectiva didáctica. Ya que puede crearse desde cero toda la dinámica que implica el funcionamiento del rectificador y su interacción con la carga y con ello percibir de una mejor manera el funcionamiento de estos dispositivos de potencia que son cada vez más utilizados a nivel industrial y doméstico. Si bien es cierto es bastante más rápido crear un rectificador con los paquetes computacionales en los cuales ya existen los modelos predefinidos y como cajas negras mismas que solo se toman de un repositorio digital y se añade a una hoja de trabajo para simular. Sin embargo, se pierde toda la acción pedagógica que los ingenieros en ciernes requieren para un proceso de enseñanza-aprendizaje eficiente, lo cual buscamos evitar con esta aportación.

**Palabras Clave** — Modelado y simulación digital, Cálculo Simbólico computacional, Electrónica de potencia, rectificador PWM.

**Abstract**— In this paper, the modeling and digital simulation of a controlled single-phase rectifier, of the PWM type, is carried out, which is powered by a non-sinusoidal alternating current source. The model is made by computational symbolic calculation software. The main motivation for doing it is to show the virtues that this software gives us from a didactic perspective. Since all the dynamics involved in the operation of the rectifier and its interaction with the load can be created from scratch and thus perceive in a better way the operation of these power devices that are increasingly used at an industrial and domestic level. Although it is true that it is much faster to create a rectifier with computational packages in which the predefined models already exist and as black boxes themselves that are only taken from a digital repository and added to a worksheet to simulate. However, all the pedagogical action that budding engineers require for an efficient teaching-learning process is lost, which we seek to avoid with this contribution.

**Keywords** – Digital modeling and simulation, Computational Symbolic Calculation, Power Electronics, PWM rectifier.

## I. INTRODUCCIÓN

Una de las innovaciones de ruptura entre los convertidores de potencia, que más se han desarrollado en los últimos veinte años, han sido los convertidores bidireccionales [1]. Estos convertidores se usan en accionamientos de velocidad y par regenerativos, específicamente en la electromovilidad, tanto en autos eléctricos, como en los autos híbridos enchufables, y también, en la producción y el consumo del hidrógeno, en donde al igual que en los autos eléctricos, los convertidores que en un cuadrante de operación transforman la Corriente Directa (CD) de las baterías en Corriente Alterna (CA), para alimentar al motor de inducción o síncrono (según sea el caso) y que a cambiar de cuadrante deben tomar la energía que la máquina eléctrica de inducción o síncrona genera en CA para convertirla en CD y con ellos recargar las baterías [6]. Así mismo para el caso del hidrógeno, este puede producirse a partir del agua, mediante electrolizadores alimentados en CD, momento en el que un convertidor de potencia bidireccional requiere funcionar como rectificador, aprovechando CA disponible de la red eléctrica y cuando se requiere utilizar el hidrógeno almacenado, para producir energía eléctrica se utiliza el mismo convertidor bidireccional salvo porque ahora servirá como inversor, convirtiendo la CD producida mediante celdas del combustible y convirtiéndola en CA. Teniendo las ventajas de modificar el factor de potencia y con ello se podría inyectar además de potencia activa, potencia reactiva ello de acuerdo con las necesidades de la red eléctrica, en esos momentos [6].

Por otro lado, un punto que no debe dejarse de lado es que, la energía que sale del inversor no es de forma puramente senoidal como sería deseable, dada la conmutación electrónica y la naturaleza de los filtros que minimizan el contenido armónico. De igual forma, en el cambio de cuadrante, la energía salida de la máquina eléctrica no es de naturaleza puramente senoidal dadas las características inherentes de las máquinas eléctricas empleadas en los autos eléctricos y de los filtros utilizados para suavizar el contenido armónico, por tal motivo en este artículo se realiza el modelado y la simulación de un rectificador monofásico del tipo PWM alimentado con CA no senoidal, considerando los casos de onda cuadrada y onda cuadrada modificada o señal cuasi senoidal, todas ellas contrastadas con la rectificación de una onda senoidal pura [4].

Respecto al hecho de que no hay mucha novedad en cuanto al modelado y simulación de un rectificador tipo PW. Empero se ha de manifestar que si lo hay en realizarlo con la herramienta computacional que en este trabajo se propone. Así mismo debemos recalcar que usar álgebra simbólica computacional (CAS, por sus siglas en inglés) para la solución digital nos da muchas más ventajas competitivas, tanto desde la perspectiva didáctica, como para socializar la información con más profesionales de la ingeniería, que no son tan cercanos a estas áreas de los accionamientos eléctricos. Pero al observar que su realización es posible por medio de una programación que utiliza un lenguaje tan natural, como lo son las ecuaciones para el modelado matemático, conocimiento que es suministrado en todos los estudios de las diversas ingenierías. Esto mismo nos permite emplear más tiempo en la explicación de la dinámica de los sistemas y de los fenómenos que se suscitan en la simulación o durante la preparación del modelo, comparado con el tiempo que nos llevaría aprender un lenguaje de cálculo numérico computacional, Octave, Matlab, scilab o un lenguaje de programación visual gráfica como simulink, psim, multisim o en su caso maplesim o pscad, entre otros más, que para el caso, son también herramientas mucho más especializadas y que trabajan la mayoría de ellas con cajas negras que esconden las ecuaciones matemáticas, mismo que podría consumir una o dos semanas de clases en aprenderlo [3].

## II. DESARROLLO

El circuito equivalente del rectificador monofásico del tipo PWM que se modelará en este trabajo puede observarse en la figura 1. En el cual puede notarse la presencia de una resistencia y una inductancia en la salida de la fuente de corriente alterna. Seguidamente del circuito rectificador, y en la salida de este, un capacitor funcionando de filtro y una resistencia de carga [5].

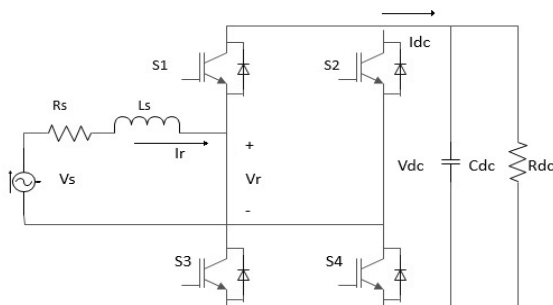


Figura 1.- Circuito equivalente del rectificador monofásico tipo PWM.

De igual forma que en los inversores del tipo PWM, la dinámica de operación de los rectificadores está definida por la modulación por amplitud ( $m_a$ ) y la modulación por frecuencia ( $m_f$ ). Ambos parámetros son unos cocientes que comparan las magnitudes de la señal en corriente alterna con la señal portadora en cuanto a su amplitud y la otra compara las frecuencias de estas dos señales. Y se calculan de la siguiente forma: modulación por amplitud

$$m_a = \frac{V_{CA}}{V_{portadora}} \quad (1)$$

Donde  $V_{CA}$  es la magnitud de la tensión alterna de control y  $V_{portadora}$  es la magnitud de la tensión de la portadora. Para el caso de modulación por frecuencia:

$$m_f = \frac{f_{portadora}}{f_{CA}} \quad (2)$$

Donde  $f_{portadora}$  es la frecuencia de la portadora y  $f_{CA}$  es la frecuencia de la onda alterna.

Así mismo entre las consideraciones que se tienen en la mayor parte de literatura técnica, se encuentran los siguientes hechos.

- Las señales tanto de la portadora, como la señal alterna deben estar sincronizadas, lo que significa que ambas deben cruzar por cero simultáneamente [2].
- La señal alterna y la portadora deben ser de pendientes opuestas ya que con ello se garantiza menor cantidad de armónicos con valores pequeños de la modulación por frecuencia ( $m_f$ ).

El modelado matemático se inicia de izquierda a derecha con la malla de la fuente de CA, la resistencia  $R_s$  y la inductancia  $L_s$

$$V_s(t) = R_s * i_r(t) + L_s * \frac{di_r(t)}{dt} + v_r(t) \quad (3)$$

Y del lado de la carga tenemos una capacitancia  $C_{dc}$  y la carga  $R_{dc}$  y usando la ecuación de nodos tenemos:

$$I_{dc}(t) = C_{dc} * \frac{dV_{dc}(t)}{dt} + \frac{V_{dc}(t)}{R_{dc}} \quad (4)$$

Considerando que la tensión  $V_r(t)$  y la corriente  $I_{dc}(t)$  estarán en función de la conmutación misma que nombraremos  $S_{ab}(t)$  y que realizan los transistores de rectificación.

$$v_r(t) = S_{ab}(t) * V_{dc}(t) \quad (5)$$

$$I_{dc}(t) = S_{ab}(t) * i_r(t) \quad (6)$$

Se elige como variables en espacio de estado a la corriente  $i_r(t)$  en la resistencia e inductancia que están en serie en la fuente y del lado de la carga se elige a la tensión en la carga misma que es la tensión  $V_{dc}(t)$  en la capacitancia en el lado de la carga por lo que sustituyendo las ecuaciones (5) y (6) en las ecuaciones (3) y (4) y despejando las variables elegidas tendremos las ecuaciones del modelo.

$$\frac{di_r(t)}{dt} = \frac{V_s(t)}{L_s} - \frac{R_s}{L_s} * i_r(t) - \frac{1}{L_s} * S_{ab}(t) * V_{dc}(t) \quad (7)$$

$$\frac{dV_{dc}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{dc}} * Sab(t) * ir(t) - \frac{1}{C_{dc} * R_{dc}} * V_{dc}(t) \quad (8)$$

En la figura 2, se aprecian los datos, el código para generar la portadora, la onda de CA y las funciones de conmutación.

```

La portadora      f:=60      us:=2*pi*f      ftr:=25      M:=0.8      Ls:=30*10^-3      fM:=-10 deg
tri(t):=2/pi*asin(sin(ftr*us*t+fM*ftr*pi/2))
Rs:=1      Rdc:=100      Cdc:=500*10^-6

La onda de corriente alterna Vs(t)
Va1(t):=if(V<-sign(sin(us*t-365 deg))&V=0,V<-1,V/2*220)
Va2(t):=if(V<-sign(sin(us*t-135 deg))&V=0,V<-1,V/2*220)

La función de conmutación
us(t):=(Va1(t)-Va2(t))*sqrt(2)      ma(t):=vs(t)/(280*sqrt(2))
S1(t):=if(ma(t)>tri(t),1,0)      S3(t):=if(S1(t)=1,0,1)      S2(t):=if(-ma(t)>tri(t),1,0)
SAB(t):=S1(t)-S2(t)      S4(t):=if(S2(t)=1,0,1)
    
```

Figura 2. Datos y código para recrear la onda de Ca y la función de conmutación.

La programación del modelo matemático y los datos de entrada, y la función de resolución se pueden apreciar en la figura 3.

```

Modelo en espacio de estado y datos de simulación
tf:=0.08      nf:=10192      n:=1..nf      t:=0,tf/nf..tf
D(t,x):=[-Rs/Ls*x1-1/Ls*SAB(t)*x2+vs(t)/Ls, 1/Cdc*SAB(t)*x1-1/Cdc*Rdc*x2]
CI:=[-5, 350]      Z:=rkfixed(CI,0,tf,nf,D)
CI1:= [Z[nf,2], Z[nf,3]]
F:=rkfixed(CI1,0,tf,nf,D)
idc(n):=SAB(n*tf/nf)*ir(n)      vr(n):=SAB(n*tf/nf)*vdc(n)
ir(n):=F[n,2]      vdc(n):=F[n,3]
    
```

Figura 3.- Modelo matemático y función resolutora.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Del modelo matemático obtenido a través del desarrollo de las ecuaciones (1) al (8) las ecuaciones y del resolutor empleado para obtener la variable de estado, que en este caso es la corriente de la inductancia de la fuente  $i_r(t)$  y el voltaje en la carga,  $V_{dc}(t)$  sin embargo como se menciona en el título del artículo la entrada  $V_s(t)$  es CA no senoidal tal como se aprecia en la figura 4.

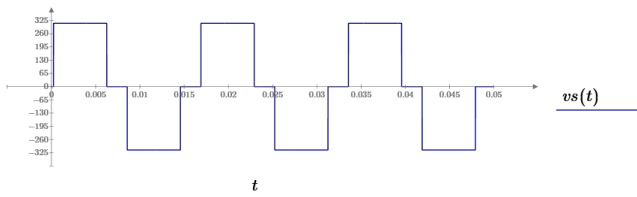


Figura 4.- Tensión de entrada de CA senoidal modificada.

En la figura 5, se aprecia la señal de la onda de CA, juntamente con la señal de la portadora, para posteriormente crear con ellas la función de conmutación  $Sab(t)$ .

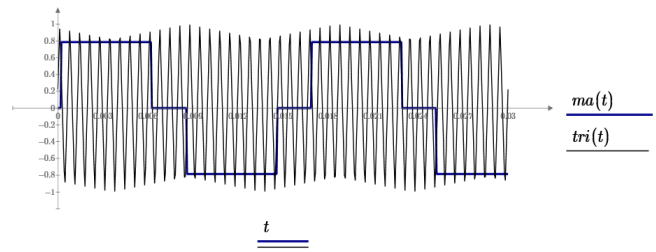


Figura 5.- Onda alterna de CA y señal portadora

Las señales de las variables de estado; tensión rectificada de salida  $V_{dc}(t)$  se puede apreciar en la figura 6 y la Corriente  $i_r(t)$  en la inductancia de entrada en la figura 7.

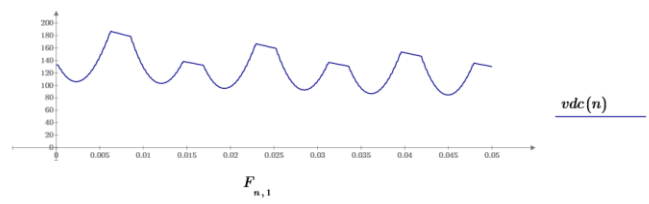


Figura 6.- tensión rectificada de salida  $V_{dc}(t)$ .

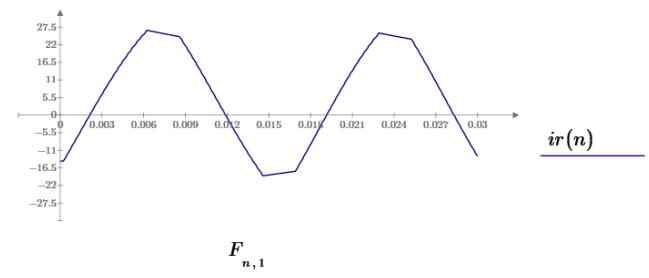


Figura 7.- Corriente  $i_r(t)$  en la malla del circuito de CA de entrada.

En contra parte en la figura 8 se observa la entrada al modelo de CA de onda cuadrada.

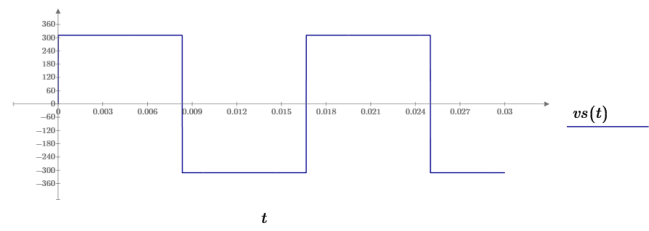


Figura 8.- Tensión de entrada de CA, onda cuadrada

Mismo que nos da como señales de salida tanto la tensión rectificada,  $V_{dc}(t)$  y la corriente en la malla de entrada  $i_r(t)$ , las cuales pueden verse en las figuras 9 y 10 respectivamente.

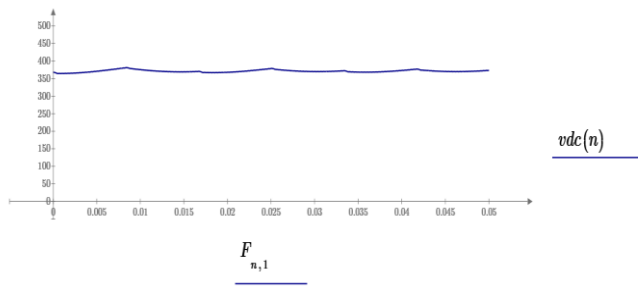


Figura 9.- tensión rectificada de salida  $V_{dc}(t)$ , con CA onda cuadrada

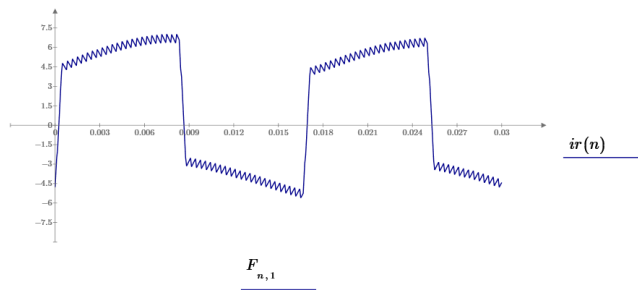


Figura 10.- Corriente  $i_r(t)$  con onda cuadrada.

Finalmente la respuesta del modelo utilizando como entrada una onda senoidal sin contenido armónico, vea la figura 11.

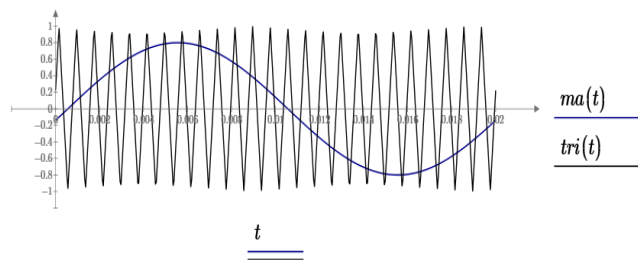


Figura 11.- Onda senoidal de entrada y portadora.

Asi mismo las variables de estado  $V_{cd}(t)$  e  $i_r(t)$  se muestran en las figuras 12 y 13 respectivamente.

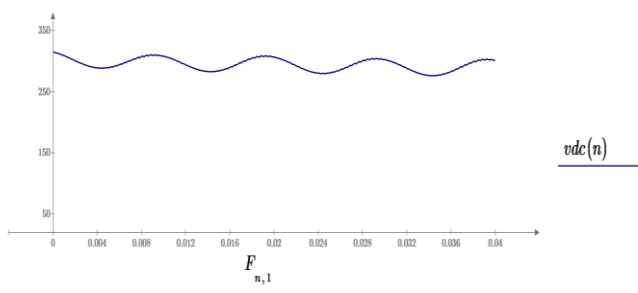


Figura 12.- Tensidón rectificada  $V_{dc}(t)$ .

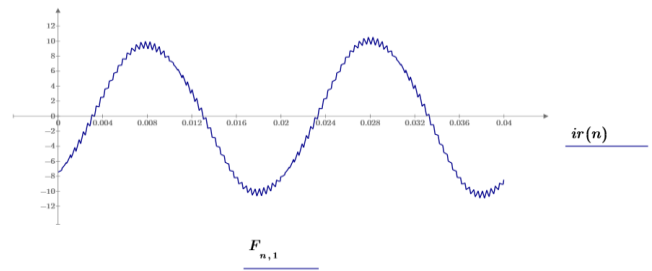


Figura 13.- Corriente en la inductancia  $i_r(t)$

#### IV. CONCLUSIONES

En este artículo se realizó el modelado en su formato de espacio de estado, y la simulación de un rectificador monofásico del tipo PWM, en el cual se contemplaron tres casos, el primero de ellos, rectificando una señal cuasi senoidal, conocida también como señal senoidal modificada, de la cual se obtuvieron resultados que ameritarían cambiar o adecuar el filtrado en la tensión de salida  $V_{dc}(t)$  ya que la salida se aprecia con un rizado significativo. El cual se debe principalmente al tiempo muerto que se produce al formar la señal de CA, en el cambio del semiciclo positivo al negativo. En los otros dos casos, tanto con la CA de onda cuadrada, como con la señal senoidal, la salida rectificada contiene un rizado significativamente menor, lo que implica que la capacidad del condensador resulta adecuada.

#### REFERENCIAS

- [1] Mohan Ned, T. Undeland Power Electronics, converters, applications and design; John Wiley and sons. Inc USA 2003.
- [2] Shaffer R. (2007) Fundamentals of power electronics with Matlab libro, ISBN 1-58450-852-3 editorial Charles River Media. Thomson and Learning, Boston Massachusetts Estados Unidos.
- [3] Aquino R., J.A., Corona, L. G., Fernández N. C.. Simulación digital del modelo en espacio de estado del Convertidor reductor CD-CD utilizando Cálculo simbólico computacional. Presentado en el congreso internacional de investigación academia journals, Puebla IEU 2023.
- [4] Aquino R., J.A., Corona, L. G., Fernández N. C. Modelado y simulación de la operación del motor serie con diferentes tensiones de alimentación. Revista Pistas Educativas ISSN: 2448-847X. Publicada y editada por el Tecnológico Nacional de México, dependiente de la SEP, a través del Instituto Tecnológico de Celaya.
- [5] Aquino R., J.A., Corona, L. G., Fernández N. C.. Los diversos Modelos matemáticos Los diversos modelos matemáticos del convertidor elevador CD-CD, en espacio de estado programado en álgebra simbólica computacional XXII Congreso nacional de ingeniería electromecánica y de sistemas SEPI ESIME IPN Noviembre del 2023.
- [6] Aquino R., J.A., Corona, L. G., Fernández N. C. Analizando la viabilidad técnica y la factibilidad económica de la electroconversión de vehículos automotores en la CDMX. Presentado en el 2o Congreso Nacional de investigación interdisciplinaria, organizado por la SEPI de la UPIICSA, Septiembre del 2017. Ciudad de México. México

Los autores confirman no tener conflicto de interés alguno