

# Revisión del problema de acoplamiento mediante el método de doble stub.

Arturo Rangel Merino, José Luis Delgado, Roberto Linares y Miranda  
Departamento de Ingeniería Eléctrica SEPI ESIME ZAC.  
Instituto Politécnico Nacional  
Ciudad de México, México  
[arangelm@ipn.mx](mailto:arangelm@ipn.mx), [jdelgadam@ipn.mx](mailto:jdelgadam@ipn.mx), [rlinaresy@ipn.mx](mailto:rlinaresy@ipn.mx)

**Abstract** — For matching one load impedance to a transmission line, a popular approach is the parallel connection of two stubs by a given distance apart, one of them is connected directly to the load. The analysis of such a circuit shows that either of two conditions must be satisfied. These refer to the separation distance between stubs and the real part of the load admittance. If one of them is met, the other is also met, and therefore the coupling solution is found by the proposed configuration. If either condition is not met, a solution can be found with the given configuration if the first stub is connected before the load at a sufficient distance. This document presents a proposal to estimate the distance at which the first stub must be connected if either of the conditions is not met, respecting the separation distance between stubs and using the same results from the circuit analysis.

**Keywords** — Transmission lines, load impedance matching, double stub, matching conditions.

**Resumen**— Para el acoplamiento de una impedancia de carga a una línea de transmisión, una propuesta popular es la conexión en paralelo de dos stubs separados una distancia dada con un de ellos conectado directamente en la carga. El resultado del análisis de tal circuito arroja como resultado que se deben de satisfacer cualquiera de dos condiciones. Estas hacen referencia a la distancia de separación entre stubs y a la parte real de la admitancia de carga. Si se cumple una, la otra también se cumple y por tanto se tiene solución para el acoplamiento con la configuración propuesta. En el caso de no cumplir cualquier condición, es posible encontrar una solución con la configuración dada si el primer stub se conecta antes de la carga a una distancia suficiente. En este documento se presenta una propuesta de la estimación de la distancia a la que se debe conectar el primer stub en caso de no satisfacer cualquiera de las condiciones, respetando la distancia de separación entre stubs y usando el mismo resultado del análisis del circuito.

**Palabras Clave** — Líneas de transmisión, acoplamiento de carga, doble stub, condiciones de acoplamiento.

## I. Introducción.

El problema de acoplamiento de una impedancia de carga a su línea de transmisión es una tarea común cuando se transmite energía de un punto a otra vía línea de transmisión o vía espacio libre mediante una antena. El objetivo es realizar la máxima transferencia de energía a la carga a través de la línea de transmisión, lo cual se logra cuando el coeficiente de reflexión (11) es cercano a 0.

## II. Formulación del problema.

El tratamiento clásico del problema de acoplamiento de una impedancia de carga a una línea de transmisión mediante la técnica de doble stub (tramo de línea de transmisión) es tema ineludible en el estudio de las líneas de transmisión [1] y [2]. El esquema utilizado se muestra en la figura 1.

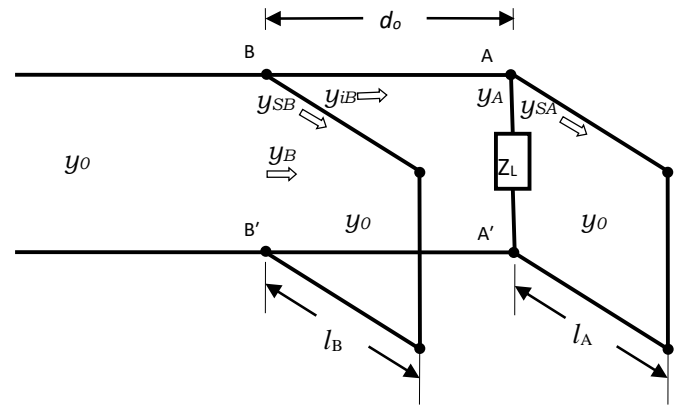


Figura 1. Acoplamiento de impedancia de carga mediante dos stubs con el primero conectado en la carga.

## III. Análisis del problema

Los términos usados en esquema son normalizados con referencia a la impedancia característica de la línea [3]. Para el análisis del circuito, de la figura 1, en el punto A-A' se tiene que:

$$y_A = y_L + y_{SA} \quad (1)$$

y en el punto B-B' se tiene que:

$$y_B = y_{iB} + y_{SB} \quad (2)$$

La condición de acoplamiento exige que  $y_B = y_0 = 1$  ó

$$y_{iB} + y_{SB} = 1, \quad (3)$$

por lo que el problema se reduce a la solución de las expresiones (1) y (3), sustituyendo los valores  $y_{SA}$ ,  $y_{iB}$ ,  $y_{SB}$  y  $y_L = g_L + jb_L$ , quedan como:

$$y_A = g_L + jb_L - jcot(\beta l_A), \quad (4)$$

$$1 = \frac{y_A + j \tan(\beta d_0)}{1 + j y_A \tan(\beta d_0)} - j \cot(\beta l_B). \quad (5)$$

Donde  $\beta=2\pi/\lambda$  es la constante de propagación,  $\lambda=U_p/f$  la longitud de onda,  $U_p$  la velocidad de propagación de la línea de transmisión y  $f$  la frecuencia de trabajo. Las ecuaciones (4) y (5) tienen solución, si se cumple que:

$$g_L \leq g_{\text{Max}} \text{ ó } d_0 \leq \lambda d_{\text{Max}},$$

donde

$$g_{\text{Max}} = 1 + \cot^2(\beta d_0) = \frac{1}{\sin^2(\beta d_0)}, \quad (6)$$

$$d_{\text{Max}} = \frac{1}{2\pi} \arcsen\left(\sqrt{1/g_L}\right) \quad (7)$$

$g_L$  es la parte real de (4).

Con lo anterior las soluciones son,

$$\frac{l_A}{\lambda} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \arctan(b_L - b), \quad (8)$$

$$\frac{l_B}{\lambda} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{-b + (1 - g_L) \cot(\beta d_0)}{g_L}\right), \quad (9)$$

donde

$$b = \cot(\beta d_0) \pm \sqrt{g_L (g_{\text{Max}} - g_L)} \quad (10)$$

En caso de no satisfacer  $g_L \leq g_{\text{Max}}$  ó  $d_0 \leq \lambda d_{\text{Max}}$  es posible una solución, para la distancia  $d_0$  original de separación entre stubs, con el stub A conectado a la distancia  $d_a$ , ver figura 2, la cual se puede encontrar a partir de la impedancia en un punto de la línea en términos de los componentes polares  $|\Gamma|$  y  $\theta_\Gamma$  del coeficiente de reflexión de la carga,

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = |\Gamma| e^{j\theta_\Gamma} \quad (11)$$

y la  $g_{\text{Max}}$  se determina por:

$$g_{\text{Max}} = \text{Re}\left\{\frac{1 - |\Gamma| e^{j\phi}}{1 + |\Gamma| e^{j\phi}}\right\}, \quad (12)$$

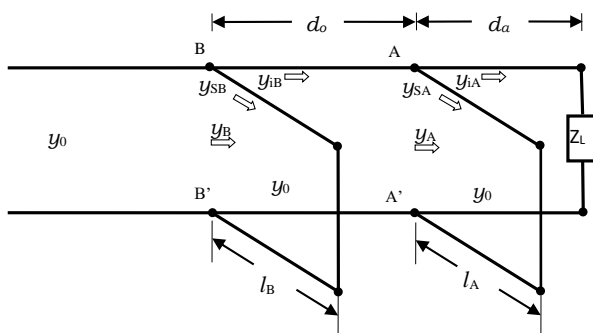


Figura 2. Acoplamiento de impedancia de carga mediante dos stubs con el primero conectado a la distancia  $d_a$  de la carga.

donde  $\phi = \theta_\Gamma - 2\beta d_a$  (13)

Resolviendo para  $d_a$  se obtiene:

$$\frac{d_a}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \left[ \theta_\Gamma - \arccos\left(\frac{1}{2|\Gamma|} \left[ \frac{1 - |\Gamma|^2}{g_{\text{Max}}} - 1 - |\Gamma|^2 \right] \right) \right] \quad (14)$$

Ahora determinando la admitancia  $y_{iA}$  en el punto A-A', donde  $z'=d_a$  para  $y_L$ , se tiene

$$y_{iA} = \frac{y_L + j \tan(\beta d_a)}{1 + j y_L \tan(\beta d_a)} \quad (15)$$

y utilizar los componentes rectangulares de este valor ( $g_{iA}$  y  $b_{iA}$ ), en lugar de los componentes de la admitancia de carga  $y_L$  en las expresiones (1), (7), (8), (9) y (10) respectivamente, para obtener las longitudes de los Stub ( $l_A$  y  $l_B$ )

#### IV. Ejemplo de aplicación.

Para la impedancia de carga de  $Z_L=16.6+j8.33[\Omega]$  el acoplamiento con dos stubs separados  $d_0=\lambda/8$  no se puede realizar, puesto que no se satisfacen (6) y (7). Para obtener una solución conservando la distancia de separación entre stubs, es suficiente conectar el primer stub a la distancia  $d_a=0.011\lambda$ , dada por (14) y usar esta distancia en (15) se obtiene el valor que debe ser usado en lugar de  $y_L$  en (1), entonces aplicando (8), (9) y (10) el resultado es:  $l_A=0.375\lambda$  y  $l_B=0.436\lambda$ .

#### V. Conclusiones

La revisión de los valores encontrados en el ejemplo de aplicación verifica que se cumple con el acoplamiento de impedancia en el punto B-B' cuando las condiciones de la técnica no se satisfacen. La ecuación (14) se puede utilizar para encontrar la distancia más corta desde la carga a cualquier valor de conductancia o resistencia, según sea el caso. Si fuera necesario encontrar la distancia a una susceptancia específica se puede emplear la expresión (12) y resolver la parte imaginaria en vez de la parte real. El método gráfico de la carta de Smith puede usarse para visualizar que la distancia encontrada con (14) efectivamente es suficiente para lograr el acoplamiento mediante el método de dos stubs.

#### VI. Referencias

- [1] David K. Cheng, Field and Wave Electromagnetics, Adison Wesley, 2nd Ed. 1989
- [2] Sophocles Orfanidis, Electromagnetic Waves and Antennas, Rutgers University 1999-2013, Web page: [www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa](http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa).
- [3] David K. Cheng, Chang Hong Liang, "Computer Solution of Double-Stub Impedance-Matching Problems", IEEE Transactions on Education, VOL. E-25, No. 4, November 1982.