





# Cálculo de permitividad dieléctrica en material para impresión 3D usando el método NRW

Alejandro Trejo León , David Morales Rodríguez , Fabiola Martínez Zúñiga , and Jorge Roberto Sosa Pedroza   
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Zacatenco, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Zacatenco, Gustavo A. Madero, 07700, Ciudad de México

Email: [atrejol1201@alumno.ipn.mx](mailto:atrejol1201@alumno.ipn.mx) y [a08leon@gmail.com](mailto:a08leon@gmail.com), [dmoralesr1700@alumno.ipn.mx](mailto:dmoralesr1700@alumno.ipn.mx), [fmartinezzu@ipn.mx](mailto:fmartinezzu@ipn.mx) y [jsosa@ipn.mx](mailto:jsosa@ipn.mx).

**Resumen**— Este estudio aplica el método Nicolson-Ross-Weir (NRW) para caracterizar estructuras 3D impresas con filamento de ácido poliláctico (PLA) con densidades de relleno variables (25%, 50%, 75%, 100%) en el intervalo de 3.4 GHz a 3.6 GHz. Utilizando una guía de onda WR-284 con dos puertos coaxiales tipo SMA lo que nos proporciona un ambiente tipo cerrado. Los resultados resaltan la versatilidad para medir materiales impresos en 3D con el método NRW, ofreciendo la posibilidad de conocer los valores de permitividad y permeabilidad del filamento con diferentes densidades de relleno. Con esto se podría ampliar las soluciones a aplicaciones de microondas, como refractores, resonadores e incluso atenuadores.

**Palabras Clave** — Banda S, Caracterización de materiales, Impresión 3D, Método NRW, Parámetros S.

**Abstract**- This study applies the Nicolson-Ross-Weir (NRW) method to characterize 3D structures printed with polylactic acid (PLA) filament with varying fill densities (25%, 50%, 75%, 100%) in the range of 3.4 GHz to 3.6 GHz. Using a WR-284 waveguide with two SMA type coaxial ports provides a closed type environment. The results highlight the versatility to measure 3D printed materials with NRW method, offering the possibility to know the permittivity and permeability values of the filament at different fill densities. This could extend the solutions to microwave applications, such as refractors, resonators and even attenuators.

**Keywords** — 3D printing, Material characterization, NRW method, S-parameters, S-band.

## I. INTRODUCCIÓN

El método de Nicolson-Ross-Weir (NRW) se ha convertido en una técnica estándar para medir la permitividad relativa ( $\epsilon_r$ ) y la permeabilidad relativa ( $\mu_r$ ) de materiales homogéneos e isotropos [1]. El método presenta grandes fortalezas al momento de medir materiales en intervalos de frecuencia mayores a 500 MHz con un pequeño error experimental considerable (menor al 5% en condiciones controladas) [2] [3], gracias a algoritmos de procesamiento robustos que minimizan las iteraciones numéricas [4]. A diferencia de métodos basados en resonadores [1] [5], el método NRW hace uso de expresiones de forma cerrada resultado directamente de los parámetros de dispersión (parámetros S), es decir que las ecuaciones ocupadas no se someten a un proceso de iteración a partir de los resultados, sino que son resultados definidos por expresiones matemáticas explícitas. El método NRW se ha empleado para caracterizar

materiales dieléctricos e incluso materiales del tipo magnéticos [6], así como materiales avanzados como películas de nanotubos de carbono [7] y sustratos dieléctricos multifuncionales [8]. Estos avances resaltan la versatilidad del método para adaptarse a geometrías complejas y materiales heterogéneos, siempre que se mantenga la homogeneidad efectiva en la escala de la longitud de onda [9] [10]. Debido a que el método NRW se basa en expresiones matemáticas explícitas, es posible predecir el comportamiento de sus características electromagnéticas midiendo directamente sus parámetros de dispersión. Para una buena aplicación del método se requiere suponer que el material no tiene pérdidas, es isotropo y simétrico reduciendo el proceso de análisis de los parámetros. También se pueden determinar las partes real e imaginaria de la permitividad y permeabilidad. El método NRW utiliza dos tipos de medición, la de ambiente abierto y ambiente cerrado, la elección del ambiente de medición influye en la precisión, cuando se utilizan guías de onda rectangulares se garantiza un confinamiento electromagnético óptimo. En este artículo, se aplica el método NRW en un ambiente cerrado para analizar 4 estructuras rectangulares impresas en 3D en PLA, un material de bajo costo y amplia adopción en impresiones rápidas. Las estructuras tienen diferentes densidades de relleno (25%, 50%, 75% y 100%), modificables mediante parámetros de impresión como el relleno y la impresión entre capas. El estudio se centra en el intervalo de 3.4 GHz a 3.6 GHz, un rango crítico para sistemas IoT y comunicaciones inalámbricas de corto alcance [11]. Para las mediciones, se empleó una guía de onda adaptada con dimensiones cercanas al estándar WR-284 (72.14 mm  $\times$  34.04 mm), equipada con puertos coaxiales tipo SMA que aseguran la excitación del modo dominante TE<sub>10</sub>, requisito fundamental para la aplicación del método NRW [12].

## II. METODOLOGÍA/DESARROLLO

### A. Método Nicolson-Ross-Weir.

El método NRW [2] [4] proporciona un cálculo directo de las propiedades del material utilizando mediciones de parámetros S de 2 puertos, donde los coeficientes de transmisión ( $S_{21}$  y  $S_{12}$ ) y reflexión ( $S_{11}$  y  $S_{22}$ ) del material se utilizan para calcular su permitividad y permeabilidad, incluidas las tangentes de pérdida eléctrica. Este método se puede aplicar fácilmente a guías de ondas rectangulares, en las que la muestra del material a analizar se coloca dentro de la guía de onda a una distancia equidistante de ambos puertos, como se muestra en la Fig. 1. Como requisito del procedimiento NRW, la muestra debe llenar

completamente la abertura de la guía de onda, y la geometría de la muestra debe ser suficientemente plana para una buena medición. La muestra de material debe ser ubicada cuidadosamente dentro de la guía de onda para asegurar la propagación del modo transversal eléctrico ( $TE_{10}$ ). Como se indica en [6] y [2], la derivación de la permitividad y la permeabilidad compleja comienza con las expresiones para definir los parámetros  $S$  medidos [4], como se muestra en las ecuaciones (1) y (2).

$$S_{11} = \frac{(1 - \theta^2)\Gamma}{1 - \theta^2\Gamma^2} \quad (1)$$

$$S_{21} = \frac{(1 - \Gamma^2)\theta}{1 - \theta^2\Gamma^2} \quad (2)$$

Donde,  $\theta$  y  $\Gamma$  son el coeficiente de transmisión y reflexión interna respectivamente, definidos por las ecuaciones (3) y (4).

$$\theta = e^{-jk_z d} \quad (3)$$

$$\Gamma = \frac{Z + Z_0}{Z - Z_0} \quad (4)$$

En la ecuación (3)  $k_z$  es la componente  $z$  del vector de propagación dentro de la guía de onda. En la ecuación (4) podemos observar que  $Z$  es la impedancia ocasionada por el material mientras que  $Z_0$  es la impedancia característica del vacío para el modo  $TE_{10}$ , las ecuaciones (5) y (6) definen las impedancias.

$$Z = \frac{\omega\mu}{k_z} \quad (5)$$

$$Z_0 = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} \quad (6)$$

Donde,  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  es el número de onda en el espacio libre y  $\kappa = \pi/2a$  es el número de onda de corte y a la dimensión más larga de la guía de onda del modo  $TE_{10}$ . El reordenamiento de las ecuaciones (1) y (2) conduce a la ecuación cuadrática para  $\Gamma$  y a la expresión para  $\theta$  como se muestra en la ecuación (7) y (9), correspondientemente.

$$\Gamma = X \pm \sqrt{X^2 - 1} \quad (7)$$

$$X = \frac{1 - S_{21}^2 + S_{11}^2}{2S_{11}} \quad (8)$$

$$\theta = \frac{S_{11} + S_{21} - \Gamma}{1 - \Gamma(S_{11} + S_{21})} \quad (9)$$

Posteriormente,  $k_z$  se calcula tomando el logaritmo natural de  $\theta$ , usando la ecuación (3). Por último, la permitividad y la permeabilidad relativa de la muestra medida pueden calcularse con la ecuación (10) y (11).

$$\epsilon_r = \frac{\left(k_z^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2\right)\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}(1 - \Gamma)}{k_z k_0^2(1 + \Gamma)} \quad (10)$$

$$\mu_r = \frac{k_z(1 + \Gamma)}{\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}(1 - \Gamma)} \quad (11)$$

Las ecuaciones (1) a (11) muestran que los parámetros  $S$  para nuestro sistema de 2 puertos deben de ser simultáneos y deben cumplir con un acoplamiento semejante para extraer la permitividad y la permeabilidad de la muestra.

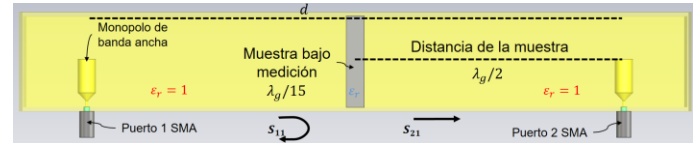


Figura 1.- Configuración para el método NRW.

### B. Configuración para la caracterización de las muestras.

Para el experimento se diseñó y fabricó una guía de onda rectangular basada en el estándar WR-284 (dimensiones externas: 76.2 mm×38.1 mm) con una longitud entre puertos de  $\lambda_g$ . Se diseñaron monopolos de banda ancha conectados a conectores tipo SMA para el intervalo de frecuencia de 2.6 GHz a 3.95 GHz, siendo el intervalo de operación de la guía de onda WR-284. Los puertos SMA se ubicaron para actuar como cavidades resonantes teniendo el modo de propagación  $TE_{10}$ , se garantiza una impedancia característica de 50  $\Omega$ , minimizando reflexiones parásitas. La guía se fabricó en tubos de aluminio PTR, con un espesor de pared de 1.58 mm, las tapas de los dos lados abiertos, de la ahora guía, se cerraron con placa de aluminio de 1 mm de espesor para así obtener un ambiente tipo cerrado de medición.

Para la fabricación de las muestras, se imprimieron cuatro estructuras rectangulares con filamento PLA utilizando la impresora 3D Flashforge Creator Pro. Las muestras se diseñaron con dimensiones iguales a la sección transversal interna de la guía WR-284 (73.02 mm×34.92 mm) y un espesor de  $\lambda_g/15$ , donde  $\lambda_g$  es la longitud de onda dentro de la guía para la frecuencia central de 3.5 GHz. Las densidades de relleno seleccionadas fueron 25%, 50%, 75% y 100% (ver Fig.2), controladas mediante el software de laminado Simplify3D con patrones de relleno hexagonal, optimizados para conseguir una homogeneidad dieléctrica en las muestras. Los parámetros de impresión incluyeron una temperatura de extracción de 210°C, una temperatura de la cama de 60°C para evitar deformaciones, una velocidad de impresión de 50 mm/s y una altura de capa de 0.2 mm.



Figura 2.- Muestras con diferentes densidades de relleno de impresión.

Para la configuración de la medición de las muestras se ajustó a cero (calibro) un analizador de redes vectoriales (VNA) ZNB-20. Se tuvieron dos casos de medición, el primero es para asegurar el acoplamiento de los puertos en el intervalo de 2.6 GHz a 3.95 GHz, una vez asegurado el funcionamiento en las bandas de interés se pasó al segundo caso de medición que es de 3.4 GHz a 3.6 GHz, para ambos casos se tomaron las mediciones de coeficientes de transmisión y reflexión.

El protocolo de medición consistió en la inserción de cada muestra de PLA en el centro de la guía, asegurando contacto total con las paredes para evitar algún hueco de aire. Se midieron los parámetros  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  y  $S_{22}$  en el intervalo de 3.4 GHz a 3.6 GHz, con una resolución de 1 MHz. A partir de estos datos, se calcularon  $\theta$  y  $\Gamma$ , utilizando las ecuaciones (7) a (9), recordemos que estas son ecuaciones cerradas del método NRW. Para garantizar la precisión de los resultados, se implementaron medidas de mitigación de errores. La frecuencia central de análisis (3.5 GHz) se seleccionó por su relevancia en aplicaciones IoT y sistemas de sensores de corto alcance. Esta metodología asegura reproducibilidad y precisión en la caracterización dieléctrica de materiales impresos en 3D.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la medición de las muestras impresas se configuró el siguiente sistema con un VNA de 2 puertos ajustado a cero como se muestra en la Fig. 3. Antes de someter las muestras a medición se debe asegurar que la guía de onda con los dos puertos tipos SMA funcionen en el intervalo de trabajo de la guía WR284, es decir, desde 2.6 GHz hasta 4 GHz.

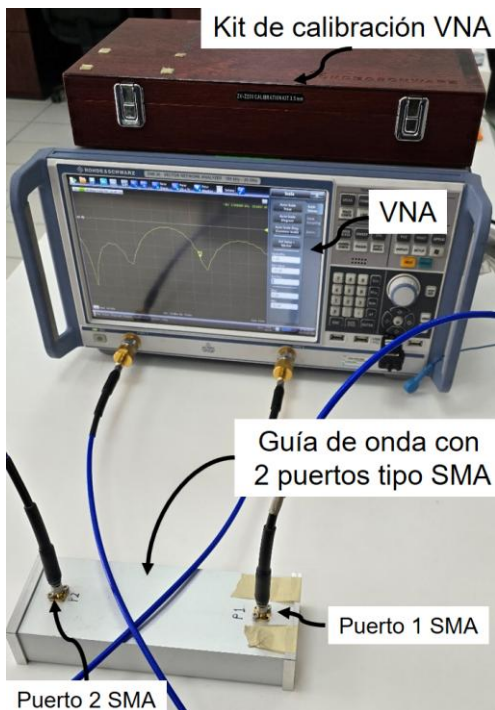


Figura 3.- Configuración de la medición.

La Fig. 4 muestra los parámetros S medidos. El acoplamiento de los puertos 1 y 2 está definido por  $S_{11}$  y  $S_{22}$  mostrándose muy similares debido a que presentan la misma configuración de construcción de los monopolos de banda ancha, mientras que los parámetros de transmisión se mantienen por arriba de -1 dB lo que se podría describir como la pérdida entre el puerto 1 y el puerto 2, en sentido contrario se obtiene el mismo resultado, pero como la pérdida es muy pequeña se considera que no afecta la medición.

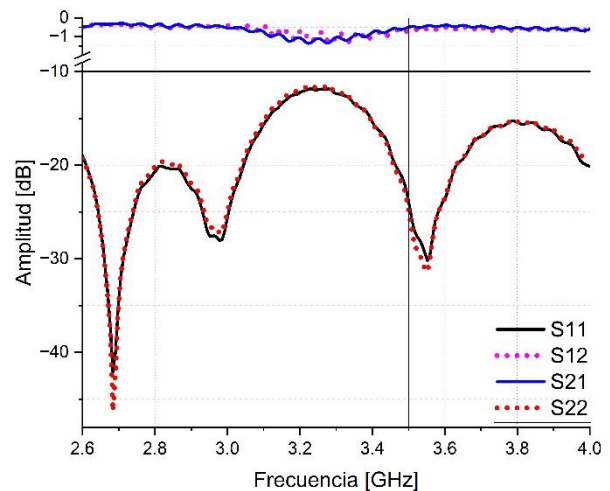


Figura 4.- Parámetros S medidos de la guía.

La medición de las cuatro muestras impresas en PLA requiere que cada una de ellas se ubique dentro de la guía de onda a una distancia equidistante a los puertos asegurando fases de campo semejantes. La Fig. 5 muestra la posición del material en la guía; se muestra también que tiene las mismas dimensiones internas de la guía asegurando que no exista un valor distinto de permitividad en el espacio donde se encuentra la muestra. Una vez ubicada debe asegurarse la equidistancia entre puertos. Para confinar el campo electromagnético se cierran ambos extremos de la guía para asegurar que los parámetros S de medición serán resultado del efecto interno.

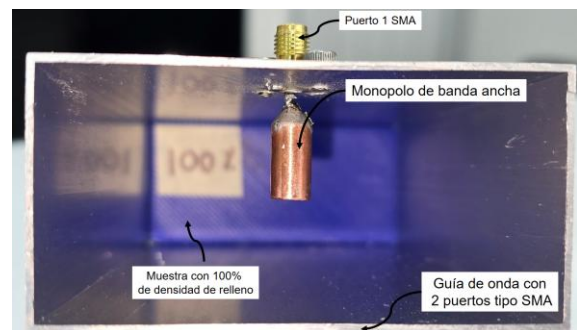


Figura 5.- Muestra dentro de la guía de onda.

El sistema de medición fue configurado previamente como se muestra en la Fig. 3, para el intervalo de medición de 3.4 GHz

a 3.6 GHz con una resolución de 10 MHz. Los resultados de los 2 parámetros de transmisión y los 2 de reflexión fueron procesados en un programa de MATLAB, usando las ecuaciones (1) a (11). La Fig. 6 muestra las gráficas de permitividad en función de la frecuencia de las cuatro muestras de PLA con densidades de relleno de 25%, 50%, 75% y 100%, medidas en el intervalo de 3.4 GHz a 3.6 GHz.

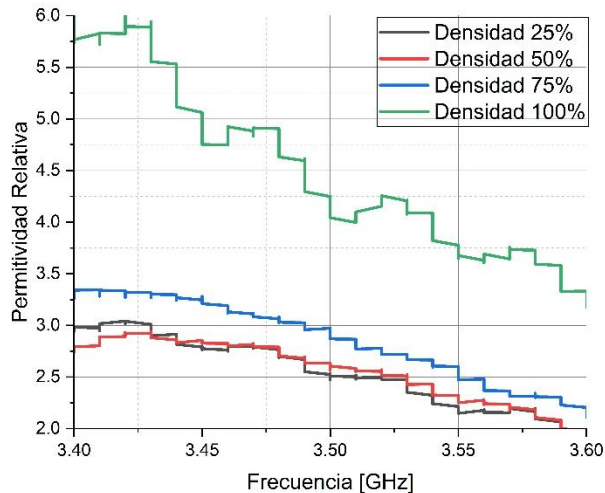


Figura 6.- Valores de permitividad para diferentes densidades de relleno de la impresión.

Los resultados revelan una relación clara: a mayor densidad de relleno, mayor permitividad relativa. La muestra con 100% de relleno presenta los valores más altos de  $\epsilon_r$ , oscilando entre 3.5 y 6, lo que refleja la máxima presencia del PLA. La muestra con 25% de relleno tiene valores de  $\epsilon_r$  entre 2 y 3, evidenciando una menor capacidad de almacenamiento de energía eléctrica debido a la mayor proporción de aire en la estructura. Esta tendencia se explica por la proporción *material-aire*. En las muestras con menor densidad de relleno y mayor presencia de aire se reduce la permitividad porque las discontinuidades de la estructura generan inhomogeneidades que dispersan la energía, mientras que la de densidad mayor es un material casi homogéneo, permitiendo una polarización uniforme bajo el campo eléctrico. La estabilidad de  $\epsilon_r$  del PLA en el intervalo de 3.4 GHz a 3.6 GHz indica que su dispersión dieléctrica no es significativa en esta banda, facilitando su uso en aplicaciones de microondas, pero los resultados muestran que la densidad de relleno es un parámetro clave para ajustar  $\epsilon_r$  abriendo nuevas posibilidades en el diseño de dispositivos de RF y sistemas IoT, donde se puede combinar flexibilidad de fabricación y optimización electromagnética. Cuando se habla de impresiones ligeras, es decir una densidad de relleno entre 25% a 75% decimos que son ideales para aplicaciones donde el peso es crítico, como drones, mientras que impresiones gruesas de alta permitividad, es decir una densidad de relleno entre 75% a 100% son útiles en antenas compactas o dispositivos que requieren miniaturización.

#### IV. CONCLUSIONES

En este estudio se demostró que el método Nicolson-Ross-Weir es una herramienta efectiva para caracterizar la permitividad relativa de materiales impresos en 3D, como el PLA, en el intervalo de 3.4 a 3.6 GHz abriendo la posibilidad de un análisis en otro intervalo de operación. Si bien el método NRW ha sido utilizado como el método insignia para medir permitividad en los materiales desde hace más de 50 años, es importante utilizarlo para medir las propiedades a materiales actuales como son los polímeros utilizados en impresión 3D. Los resultados revelaron que la densidad de relleno es un parámetro clave para ajustar la permitividad con valores que van desde 2.5 con densidad de 25% hasta 4 con densidad de 100% a la frecuencia de 3.5 GHz. Esta capacidad de conseguir valores de permitividad por la "calidad de impresión" permite diseñar dispositivos con propiedades dieléctricas para aplicaciones específicas, como antenas compactas o dispositivos IoT ligeros. La metodología propuesta, basada en la medición de muestras dentro de una guía de onda con dimensiones parecidas a la WR-284 del tipo cerrada, garantiza mediciones precisas validando su utilidad en la ingeniería de materiales y el diseño de dispositivos de radiofrecuencia.

#### V. REFERENCIAS

- [1] J. Baker-Javis, M. D. Janezic, J. H. Grosvenor y R. G. Geyer, Transmission/reflection and short-circuit line methods for measuring permittivity and permeability, National Institute of Standards and Technology, 1993.
- [2] A. Nicolson y G. F. Ross, Measurement of the intrinsic properties of materials by timedomain techniques, vol. 19, IEEE Trans. Instrum. Meas., 1970, pp. 377-382.
- [3] A. Natã Vicente, G. Maciulis Dip y C. Junqueira, «The step by step development of NRW method.» 2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011), 2011.
- [4] W. B. Weir, Automatic measurement of complex dielectric constant and permeability at microwave frequencies, Proc. IEEE, 1974.
- [5] A. Kumar Sharma y S. Kesh Dubey, «An Improved NRW procedure for Dielectric Characterization for solids and Uncertainty Estimation.» 2022 URSI Regional Conference on Radio Science (USRI-RCRS), 2022.
- [6] L. F. Chen, C. K. Ong, C. P. Neo, V. V. Varadan y V. K. Varadan, Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization, England: John Wiley & Sons Ltd., 2004.
- [7] C. Morales, J. Dewdney, S. Pal, S. Skidmore, K. Stojak, H. Srikanth, T. Weller y J. Wang, Tunable magneto-dielectric polymer nanocomposites for microwave applications, 2011, IEEE Trans. Microw. Theory Tech...
- [8] B. Balaabed, J. L. Wojkiewicz, S. Lamoun, N. El Kamchi y T. Lasri, Synthesis and characterization of hybrid conducting composites based on polyaniline/magnetite fillers with improved microwave absorption properties, J. Alloys and Compounds, 2012.
- [9] A. Alu, First-principles homogenization theory for periodic metamaterials, Phys. Rev. B., 2010.
- [10] G. Shi y H. Xiao, «A new method to avoid the divergent problem of multiples of one-half wavelength in NRW method.» 2016 IEEE International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT), 2016.
- [11] M. Z. M. Zani, M. H. Jusoh, A. A. Sulaiman, N. H. Baba, R. A. Awang y M. F. Ain, Circular patch antenna on metamaterial, Intl. Conf. on Electronic Devices, Systems and Applications, 2010.
- [12] M. J. Havrilla y D. P. Nyquist, Electromagnetic characterization of layered materials via direct and de-embed methods, IEEE Trans Inst. Meas., 2006.